

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 9

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.3 Partialbruchzerlegung
 Koeffizientenvergleich ElementareFktn Nummer: 5 0 200409002 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 9.1.1: Zerlegen Sie den Bruch $\frac{6x+24}{(x-1)^2}$ in Partialbrüche.

Parameter:

x_n = Faktoren und Summanden im Bruch, $x_n > 1$ ($x_3 \geq 1$) $n = 1..3$

Die Formel lautet: $\frac{x_1x+x_2}{(x-x_3)^2}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 24$ $x_3 = 1$.

Erklärung:

Der Nenner liegt bereits in linearfaktorzierlegter Form vor. Er besitzt nur eine Nullstelle x_0 , diese hat aber Vielfachheit 2. Stellen Sie $f(x)$ als $\frac{A}{x-x_0} + \frac{B}{(x-x_0)^2}$ dar. Weil der Zählergrad < Nennergrad ist, kann auf eine Polynomdivision mit Rest verzichtet werden.

Rechnung:

$$f(x) = \frac{6x+24}{(x-1)^2} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x-1)^2} \Rightarrow 6x+24 = A \cdot (x-1) + B \quad (*)$$

Mit der Grenzwertmethode kann hier nur ein Koeffizient bestimmt werden. Den zweiten Koeffizienten bestimmen wir durch das Einsetzen des bestimmten Wertes $x = 0$ in (*):

$$\begin{aligned} x = 1 & : 6 \cdot 1 + 24 = A \cdot (1-1) + B \Rightarrow B = 30 \\ x = 0 & : 6 \cdot 0 + 24 = A \cdot (0-1) + 30 \Rightarrow A = 6 \end{aligned}$$

$$\text{Damit ist die Partialbruchzerlegung: } f(x) = \frac{6}{x-1} + \frac{30}{(x-1)^2}.$$

Angeborene Lösungen:

- | | | | |
|--|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{6}{x-1} + \frac{24}{(x-1)^2}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{30}{x} + \frac{24}{1}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{30}{x^2} + \frac{30}{2x} + \frac{30}{1}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 4 $\frac{6}{x-1} + \frac{30}{(x-1)^2}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{6(x+4)}{(x-1)^2}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{1}{6(x-1)} + \frac{1}{24(x-1)^2}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{1}{6(x-1)} + \frac{1}{30(x-1)^2}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\left(\frac{6(x+4)}{(x-1)}\right)^2$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{6}{x^2} + \frac{24}{2x} + \frac{1}{1}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{1}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{6x}{x-1} + \frac{24}{(x-1)^2}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{6}{x-1} + \frac{24}{(x-1)^2}$ | DF: Partialbruchzerlegung falsch durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{30}{x} + \frac{24}{1}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{30}{x^2} + \frac{30}{2x} + \frac{30}{1}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 $\frac{6}{x-1} + \frac{30}{(x-1)^2}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{6(x+4)}{(x-1)^2}$ | DF: Partialbruchzerlegung nicht durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{1}{6(x-1)} + \frac{1}{24(x-1)^2}$ | DF: Vermutlich Koeffizienten falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{1}{6(x-1)} + \frac{1}{30(x-1)^2}$ | DF: Vermutlich Koeffizienten falsch berechnet |
| <input type="checkbox"/> 8 $\left(\frac{6(x+4)}{(x-1)}\right)^2$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{6}{x^2} + \frac{24}{2x} + \frac{1}{1}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{1}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2}$ | DF: Partialbruchzerlegung falsch durchgeführt |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{6x}{x-1} + \frac{24}{(x-1)^2}$ | DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden |

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.4 trigonometrische
 keine ElementareFktn Nummer: 31 0 200409006 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 9.1.2: Berechnen Sie die Umkehrfunktion von $f : \mathbb{R}_0^- \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \cosh(4x)$ elementar.

Parameter:

$x_1 =$ Faktor $x_1 > 1$.

Die Formel lautet: $\cosh(x_1 x)$.

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 4$.

Erklärung:

Wenden Sie die Definition von $y = \cosh x$ an und lösen Sie die Gleichung mittels Substitution und Mitternachtsformel nach y auf.

Rechnung:

$$\begin{aligned} \cosh(4x) = \frac{e^{4x} + e^{-4x}}{2} = y &\Leftrightarrow e^{4x} - 2y + e^{-4x} = 0 && \text{Multiplikation mit 2} \\ &\Leftrightarrow e^{2 \cdot 4x} - 2y \cdot e^{4x} + 1 = 0 && \text{Multiplikation mit } e^{4x} \\ &\Leftrightarrow u^2 - 2y \cdot u + 1 = 0 && \text{Substitution } e^{4x} = u \\ &\Leftrightarrow u_{1,2} = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 - 4}}{2} && \text{Mitternachtsformel} \\ &\Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{\ln(y \pm \sqrt{y^2 - 1})}{4} && \text{Rücksubstitution} \end{aligned}$$

Damit ist die Umkehrfunktion $y = \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{4}$ mit $ID = [1, \infty)$ (was dem Wertebereich von $\cosh(4x)$ entspricht).

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-------------------------------------|--|-------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|-------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\ln(4x - \sqrt{(4x)^2 - 1})$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\ln(4x + \sqrt{(4x)^2 - 1})$ | <input type="checkbox"/> 3 | $\sin(4x)$ | <input type="checkbox"/> 4 | $4 \cos x$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{4}$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\ln(4x - \sqrt{(4x)^2 + 1})$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\ln(4x + \sqrt{(4x)^2 + 1})$ | <input type="checkbox"/> 8 | $4 \sinh x$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $4 \sin x$ | <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $\frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{4}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $4 \cosh x$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\sinh(4x)$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|--|-------------------------------------|---------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\ln(4x - \sqrt{(4x)^2 - 1})$ | RF: falsch substituiert |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\ln(4x + \sqrt{(4x)^2 - 1})$ | RF: falsch substituiert |
| <input type="checkbox"/> 3 | $\sin(4x)$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 4 | $4 \cos x$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{4}$ | RF: $\sinh 4x$ invertiert |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\ln(4x - \sqrt{(4x)^2 + 1})$ | RF: falsch substituiert |
| <input type="checkbox"/> 7 | $\ln(4x + \sqrt{(4x)^2 + 1})$ | RF: falsch substituiert |
| <input type="checkbox"/> 8 | $4 \sinh x$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 9 | $4 \sin x$ | DF: Lösung geraten |
| <input checked="" type="checkbox"/> 10 | $\frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{4}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 11 | $4 \cosh x$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\sinh(4x)$ | DF: Lösung geraten |

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.3 Partialbruchzerlegung
 Reihen ElementareFktn Nummer: 44 0 200409003 Kl: 14G
 Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 9.1.3:

Gegen welchen Wert (gerundet auf zwei Stellen) strebt die Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{12}{(k+3) \cdot (k+6)}$?

Parameter:

$x_n =$ Koeffizienten im Bruch, $x_n > 0$ $n = 1..3$, ($x_2 > x_1$)

Die Summe lautet: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\{(x_2 - x_1) \cdot x_3\}}{(k + x_1) \cdot (k + x_2)}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 6$ $x_3 = 4$.

Erklärung:

Die Reihe wird zuerst als Limes einer (endlichen) Summe interpretiert. Durch Partialbruchzerlegung kann die Summe aufgespalten und als Teleskopsumme interpretiert werden. Stellen Sie die Summenglieder als $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$ dar.

Rechnung:

$$\frac{12}{(k+3) \cdot (k+6)} := \frac{A}{k+3} + \frac{B}{k+6} \Rightarrow 12 = A \cdot (k+6) + B \cdot (k+3)$$

Mit $k \rightarrow -3$ gilt $12 = A \cdot (-3+6) + B \cdot (-3+3) \Rightarrow A = 4$,
 mit $k \rightarrow -6$ gilt $12 = A \cdot (-6+6) + B \cdot (-6+3) \Rightarrow B = -4$.

Damit ist $\frac{12}{(k+3) \cdot (k+6)} = \frac{4}{k+3} - \frac{4}{k+6}$

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n \frac{12}{(k+3) \cdot (k+6)} &= \sum_{k=0}^n \frac{4}{k+3} - \frac{4}{k+6} && \text{Partialbruchzerlegung} \\ &= \sum_{k=0}^n \frac{4}{k+3} - \sum_{k=0}^n \frac{4}{k+6} && \text{Distributivgesetz u.ä.} \\ &= \sum_{k=3}^{n+3} \frac{4}{k} - \sum_{k=6}^{n+6} \frac{4}{k} && \text{Indexverschiebung} \\ &= \sum_{k=3}^{6-1} \frac{4}{k} + \sum_{k=6}^{n+3} \frac{4}{k} - \sum_{k=6}^{n+3} \frac{4}{k} - \sum_{k=n+3+1}^{n+6} \frac{4}{k} \\ &= \sum_{k=3}^5 \frac{4}{k} - \sum_{k=n+4}^{n+6} \frac{4}{k} && \text{Teleskopsumme} \end{aligned}$$

Für die Reihe gilt

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{12}{(k+3) \cdot (k+6)} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{12}{(k+3) \cdot (k+6)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=3}^5 \frac{4}{k} - \sum_{k=n+4}^{n+6} \frac{4}{k} = \sum_{k=3}^5 \frac{4}{k} - 0 \\ &= \sum_{k=3}^5 \frac{4}{k} = \frac{4}{3} + \frac{4}{4} + \frac{4}{5} \approx 3.13 \end{aligned}$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 2.33 | <input type="checkbox"/> 2 6 | <input type="checkbox"/> 3 1.8 | <input type="checkbox"/> 4 8.67 |
| <input type="checkbox"/> 5 0 | <input type="checkbox"/> 6 ∞ | <input type="checkbox"/> 7 5.13 | <input checked="" type="checkbox"/> 8 3.13 |
| <input type="checkbox"/> 9 0.43 | <input type="checkbox"/> 10 3.8 | <input type="checkbox"/> 11 7.33 | <input type="checkbox"/> 12 1 |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 2.33 | RF: Letztes Summenglied vergessen |
| <input type="checkbox"/> 2 6 | DF: Falsche Summe gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 3 1.8 | RF: Erstes Summenglied vergessen |
| <input type="checkbox"/> 4 8.67 | DF: Falsche Summe gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 5 0 | DF: Limes der Folge |
| <input type="checkbox"/> 6 ∞ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 7 5.13 | RF: Ein Summenglied zuviel addiert |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 3.13 | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 0.43 | DF: Erster Summand angegeben |
| <input type="checkbox"/> 10 3.8 | RF: Ein Summenglied zuviel addiert |
| <input type="checkbox"/> 11 7.33 | DF: Falsche Summe gerechnet |
| <input type="checkbox"/> 12 1 | DF: Lösung geraten |

Aufgabe 9.1.4: Zerlegen Sie den Bruch $\frac{3}{6x^2-66x+108}$ in Partialbrüche.

Parameter:

$x_n =$ Faktoren und Summanden im Bruch, $x_n > 1$ ($x_3 \geq 1$), x_1 ist Teiler von x_2 , $x_3 < x_4$ $n = 1..4$

Die Formel lautet: $\frac{x_1}{x_2x^2-\{x_2 \cdot (x_3+x_4)\}x+\{x_2 \cdot x_3 \cdot x_4\}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3$ $x_2 = 6$ $x_3 = 2$ $x_4 = 9$.

Erklärung:

Suchen Sie zuerst die Nennernullstellen x_1 und x_2 von $f(x)$. Weil der Zählergrad < Nennergrad ist, kann auf eine Polynomdivision mit Rest verzichtet werden. Stellen Sie $f(x)$ als $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$ dar.

Rechnung:

$$f(x) = \frac{3}{6x^2 - 66x + 108} = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{x^2 - 11x + 18} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(x-2) \cdot (x-9)} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-9} \right)$$

$$\text{Damit gilt: } \frac{1}{x^2 - 11x + 18} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-9} \Rightarrow 1 = A \cdot (x-9) + B \cdot (x-2) \quad (*)$$

Wir wenden die Grenzwertmethode an.

Dazu setzen wir in die Gleichung (*) die (Grenz-) Werte $x = 2$ und $x = 9$ ein:

$$\begin{aligned} x = 2 & : 1 = A \cdot (2-9) + B \cdot (2-2) \Rightarrow A = \frac{-1}{7} \\ x = 9 & : 1 = A \cdot (9-9) + B \cdot (9-2) \Rightarrow B = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

$$\text{Damit ist } f(x) = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{7} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{7} \frac{1}{x-9} \right) = \frac{1}{14} \frac{1}{x-9} - \frac{1}{14} \frac{1}{x-2}$$

Angebote Lösung:

- | | | | |
|---|--|---|---|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+2}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{1}{14} \frac{1}{x+9} - \frac{1}{14} \frac{1}{x+2}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-2}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{1}{2} \frac{1}{x^2+11x+18}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{x^2-11x+18}$ | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{11x} + \frac{1}{18}$ | <input type="checkbox"/> 7 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{11x} + \frac{1}{18}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{7}{x+9} - \frac{7}{x+2}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{3}{6x^2} - \frac{3}{66x} + \frac{3}{108}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{11x} + \frac{1}{18}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{1}{2} \frac{1}{x^2-11x+18}$ | <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{1}{14} \frac{1}{x-9} - \frac{1}{14} \frac{1}{x-2}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+2}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{1}{14} \frac{1}{x+9} - \frac{1}{14} \frac{1}{x+2}$ | RF: falsches Vorzeichen im Nenner |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-2}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{1}{2} \frac{1}{x^2+11x+18}$ | DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 5 $\frac{1}{x^2-11x+18}$ | DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{11x} + \frac{1}{18}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 7 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{11x} + \frac{1}{18}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{7}{x+9} - \frac{7}{x+2}$ | RF: falsches Vorzeichen im Nenner |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{3}{6x^2} - \frac{3}{66x} + \frac{3}{108}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{11x} + \frac{1}{18}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{1}{2} \frac{1}{x^2-11x+18}$ | DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{1}{14} \frac{1}{x-9} - \frac{1}{14} \frac{1}{x-2}$ | richtig |

Aufgabe 9.1.5: Zerlegen Sie den Bruch $\frac{6}{(x-2) \cdot (x^2+2)}$ in (reelle) Partialbrüche.

Parameter:

$x_n =$ Faktoren und Summanden im Bruch, $x_n > 1$, $n = 1..2$

Die Formel lautet: $\frac{\{x_1^2 + x_2\}}{(x-x_1) \cdot (x^2+x_2)}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 2$.

Erklärung:

Der Nenner hat die komplexen Nullstellen $\pm i\sqrt{2}$. Die reelle Partialbruchzerlegung ist von der Form $\frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+2}$.

Rechnung:

$$f(x) = \frac{6}{(x-2) \cdot (x^2+2)} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+C}{x^2+2} \Rightarrow 6 = A \cdot (x^2+2) + (Bx+C) \cdot (x-2) \quad (*)$$

Wir wenden zuerst die Grenzwertmethode zur Berechnung von A an.

Dazu setzen wir in die Gleichung (*) den (Grenz-) Wert $x = 2$ ein:

$$x = 2 : 6 = A \cdot (2^2 + 2) + (Bx + C) \cdot (2 - 2) = 6 \cdot A \Rightarrow A = 1$$

Jetzt setzen wir in die Gleichung (*) den speziellen Wert $x = 0$ (und $A = 1$) ein:

$$x = 0 : 6 = 1 \cdot (0^2 + 2) + (B \cdot 0 + C) \cdot (0 - 2) = 2 - 2 \cdot C \Rightarrow C = -2$$

Um C zu bestimmen, verwenden wir einen Koeffizientenvergleich. Dazu formen wir (*) um:

$$0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 6 = (A + B) \cdot x^2 + (C - 2B) \cdot x + (2A - 2C) = (1 + B) \cdot x^2 + (-2 - 2B) \cdot x + 2 + 4$$

Koeffizientenvergleich ergibt das Gleichungssystem

$$0 = 1 + B \quad 0 = -2 - 2B \quad 6 = 2 + 4 \Rightarrow B = -1.$$

Damit ist $f(x) = \frac{1}{x-2} + \frac{-x-2}{x^2+2}$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|---|---|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{1}{x-2} + \frac{x+2}{x^2+2}$ | <input type="checkbox"/> 2 $\frac{2}{x-2} - \frac{2}{x^2+2}$ | <input type="checkbox"/> 3 $\frac{2}{(x-2) \cdot (x^2+2)}$ | <input type="checkbox"/> 4 $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 es gibt keine | <input type="checkbox"/> 6 $\frac{-2}{(x-2) \cdot (x^2+2)}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{1}{x-2} - \frac{x+2}{x^2+2}$ | <input type="checkbox"/> 8 $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{4}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{2}{x^3} - \frac{2}{2x^2} + \frac{2}{2x} - \frac{2}{4}$ | <input type="checkbox"/> 10 $\frac{2}{x-2} + \frac{2}{x^2+2}$ | <input type="checkbox"/> 11 $\frac{2}{x^3} + \frac{2}{2x^2} + \frac{2}{2x} + \frac{2}{4}$ | <input type="checkbox"/> 12 $\frac{x-2}{x-2} - \frac{x+2}{x^2+2}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|-------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $\frac{1}{x-2} + \frac{x+2}{x^2+2}$ | RF: Falsches Vorzeichen |
| <input type="checkbox"/> 2 $\frac{2}{x-2} - \frac{2}{x^2+2}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 $\frac{2}{(x-2) \cdot (x^2+2)}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 4 $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 5 es gibt keine | DF: Doch |
| <input type="checkbox"/> 6 $\frac{-2}{(x-2) \cdot (x^2+2)}$ | DF: Lösung geraten |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 $\frac{1}{x-2} - \frac{x+2}{x^2+2}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{4}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 9 $\frac{2}{x^3} - \frac{2}{2x^2} + \frac{2}{2x} - \frac{2}{4}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 10 $\frac{2}{x-2} + \frac{2}{x^2+2}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 11 $\frac{2}{x^3} + \frac{2}{2x^2} + \frac{2}{2x} + \frac{2}{4}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 12 $\frac{x-2}{x-2} - \frac{x+2}{x^2+2}$ | DF: Lösung geraten |

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.4 trigonometrische
keine ElementareFktn Nummer: 82 0 200409005 Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 9.1.6: Bestimmen Sie $\cos(\arcsin(7x))$ für $x \in [0, \frac{1}{7}]$ (- der Wertebereich von $\arcsin x$ sei $[0, \frac{\pi}{2}]$).

Parameter:

$x_1 =$ Faktor $x_1 > 1$.

Die Formel lautet: $\cos(\arcsin(x_1 x))$.

In dieser Aufgabe ist $x_1 = 7$.

Erklärung:

Substituieren Sie $y = \arcsin(7x)$ und wenden Sie die Formel $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$ an. Durch die Einschränkung des Bild und Definitionsbereiches fällt das \pm beim Auflösen der Gleichung weg.

Rechnung:

Sei $y = \arcsin(7x)$, dann gilt:

$$\begin{aligned} \cos y &= \sqrt{1 - \sin^2 y} & y \in [0, \frac{\pi}{2}] &\Rightarrow \cos y \geq 0 \\ &= \sqrt{1 - (\sin(\arcsin(7x)))^2} & y &= \arcsin(7x) \\ &= \sqrt{1 - (7x)^2} & \sin(\arcsin 7x) &= 7x \end{aligned}$$

Damit ist $\cos(\arcsin(7x)) = \sqrt{1 - (7x)^2}$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|---|-------------------------------------|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\sqrt{1 - (7x)^2}$ | <input type="checkbox"/> $7x$ | <input type="checkbox"/> $\frac{7}{\sqrt{7-x^2}}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{\sqrt{1-(7x)^2}}$ |
| <input type="checkbox"/> $\sqrt{7-x^2}$ | <input type="checkbox"/> $7 \cos x$ | <input type="checkbox"/> $7 \sin x$ | <input type="checkbox"/> $\sin(7x)$ |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{\sqrt{49-x^2}}$ | <input type="checkbox"/> $\cos(7x)$ | <input type="checkbox"/> $\sqrt{49-x^2}$ | <input type="checkbox"/> $\sqrt{1-7x^2}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|---|-------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> $\sqrt{1 - (7x)^2}$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> $7x$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\frac{7}{\sqrt{7-x^2}}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{\sqrt{1-(7x)^2}}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\sqrt{7-x^2}$ | DF: falsch substituiert |
| <input type="checkbox"/> $7 \cos x$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $7 \sin x$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\sin(7x)$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\frac{1}{\sqrt{49-x^2}}$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\cos(7x)$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> $\sqrt{49-x^2}$ | DF: falsch substituiert |
| <input type="checkbox"/> $\sqrt{1-7x^2}$ | RF: falsch substituiert |

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>