

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 9**

MV 04	Blatt 09	Kapitel 6.3	Partialbruchzerlegung
Reihen	ElementareFktn	Nummer: 2 0 200409003	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 30	Quelle: keine	W

**Aufgabe 9.1.1:**

Gegen welchen Wert (gerundet auf zwei Stellen) strebt die Reihe  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{12}{(k+2) \cdot (k+6)}$  ?

**Parameter:**

$x_n =$  Koeffizienten im Bruch,  $x_n > 0$   $n = 1..3$ , ( $x_2 > x_1$ )

Die Summe lautet:  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\{(x_2 - x_1) \cdot x_3\}}{(k + x_1) \cdot (k + x_2)}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$   $x_2 = 6$   $x_3 = 3$ .

**Erklärung:**

Die Reihe wird zuerst als Limes einer (endlichen) Summe interpretiert. Durch Partialbruchzerlegung kann die Summe aufgespalten und als Teleskopsumme interpretiert werden. Stellen Sie die Summenglieder als  $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$  dar.

**Rechnung:**

$$\frac{12}{(k+2) \cdot (k+6)} := \frac{A}{k+2} + \frac{B}{k+6} \Rightarrow 12 = A \cdot (k+6) + B \cdot (k+2)$$

Mit  $k \rightarrow -2$  gilt  $12 = A \cdot (-2+6) + B \cdot (-2+2) \Rightarrow A = 3$ ,  
mit  $k \rightarrow -6$  gilt  $12 = A \cdot (-6+6) + B \cdot (-6+2) \Rightarrow B = -3$ .

Damit ist  $\frac{12}{(k+2) \cdot (k+6)} = \frac{3}{k+2} - \frac{3}{k+6}$

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n \frac{12}{(k+2) \cdot (k+6)} &= \sum_{k=0}^n \frac{3}{k+2} - \frac{3}{k+6} && \text{Partialbruchzerlegung} \\ &= \sum_{k=0}^n \frac{3}{k+2} - \sum_{k=0}^n \frac{3}{k+6} && \text{Distributivgesetz u.ä.} \\ &= \sum_{k=2}^{n+2} \frac{3}{k} - \sum_{k=6}^{n+6} \frac{3}{k} && \text{Indexverschiebung} \\ &= \sum_{k=2}^{6-1} \frac{3}{k} + \sum_{k=6}^{n+2} \frac{3}{k} - \sum_{k=6}^{n+2} \frac{3}{k} - \sum_{k=n+2+1}^{n+6} \frac{3}{k} \\ &= \sum_{k=2}^5 \frac{3}{k} - \sum_{k=n+3}^{n+6} \frac{3}{k} && \text{Teleskopsumme} \end{aligned}$$

Für die Reihe gilt

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{12}{(k+2) \cdot (k+6)} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{12}{(k+2) \cdot (k+6)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=2}^5 \frac{3}{k} - \sum_{k=n+3}^{n+6} \frac{3}{k} = \sum_{k=2}^5 \frac{3}{k} - 0 \\ &= \sum_{k=2}^5 \frac{3}{k} = \frac{3}{2} + \frac{3}{3} + \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \approx 3.85 \end{aligned}$$

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	7	<input type="checkbox"/> 2	0	<input type="checkbox"/> 3	$\infty$	<input type="checkbox"/> 4	6.85
<input type="checkbox"/> 5	1	<input type="checkbox"/> 6	6.25	<input type="checkbox"/> 7	2.35	<input type="checkbox"/> 8	3.25
<input type="checkbox"/> 9	4.35	<input type="checkbox"/> 10	0.57	<input type="checkbox"/> 11	5.5	<input checked="" type="checkbox"/>	3.85

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	7	DF: Falsche Summe gerechnet
<input type="checkbox"/> 2	0	DF: Limes der Folge
<input type="checkbox"/> 3	$\infty$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 4	6.85	RF: Ein Summenglied zuviel addiert
<input type="checkbox"/> 5	1	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 6	6.25	DF: Falsche Summe gerechnet
<input type="checkbox"/> 7	2.35	RF: Erstes Summenglied vergessen
<input type="checkbox"/> 8	3.25	RF: Letztes Summenglied vergessen
<input type="checkbox"/> 9	4.35	RF: Ein Summenglied zuviel addiert
<input type="checkbox"/> 10	0.57	DF: Erster Summand angegeben
<input type="checkbox"/> 11	5.5	DF: Falsche Summe gerechnet
<input checked="" type="checkbox"/>	3.85	richtig

MV 04                      Blatt 09                      Kapitel 6.4                      trigonometrische  
keine                      ElementareFktn                      Nummer: 14 0 200409005                      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 9.1.2:** Bestimmen Sie  $\cos(\arcsin(2x))$  für  $x \in [0, \frac{1}{2}]$  (- der Wertebereich von  $\arcsin x$  sei  $[0, \frac{\pi}{2}]$ ).

**Parameter:**

$x_1 =$  Faktor  $x_1 > 1$ .

Die Formel lautet:  $\cos(\arcsin(x_1 x))$ .

In dieser Aufgabe ist  $x_1 = 2$ .

**Erklärung:**

Substituieren Sie  $y = \arcsin(2x)$  und wenden Sie die Formel  $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$  an. Durch die Einschränkung des Bild und Definitionsbereiches fällt das  $\pm$  beim Auflösen der Gleichung weg.

**Rechnung:**

Sei  $y = \arcsin(2x)$ , dann gilt:

$$\begin{aligned} \cos y &= \sqrt{1 - \sin^2 y} & y \in [0, \frac{\pi}{2}] &\Rightarrow \cos y \geq 0 \\ &= \sqrt{1 - (\sin(\arcsin(2x)))^2} & y &= \arcsin(2x) \\ &= \sqrt{1 - (2x)^2} & \sin(\arcsin 2x) &= 2x \end{aligned}$$

Damit ist  $\cos(\arcsin(2x)) = \sqrt{1 - (2x)^2}$ .

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$\sqrt{2 - x^2}$	<input type="checkbox"/> 2	$2 \sin x$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{2}{\sqrt{1-2x^2}}$	<input type="checkbox"/> 4	$\cos(2x)$
<input type="checkbox"/> 5	$\sqrt{1 - 2x^2}$	<input type="checkbox"/> 6	$\sqrt{4 - x^2}$	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{1}{\sqrt{1-(2x)^2}}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$
<input type="checkbox"/> 9	$2x$	<input type="checkbox"/> 10	$2 \cos x$	<input type="checkbox"/> 11	$\sin(2x)$	<input checked="" type="checkbox"/>	$\sqrt{1 - (2x)^2}$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/>	$\sqrt{2-x^2}$	DF: falsch substituiert
<input type="checkbox"/>	$2 \sin x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{2}{\sqrt{1-2x^2}}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\cos(2x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{1-2x^2}$	RF: falsch substituiert
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{4-x^2}$	DF: falsch substituiert
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{\sqrt{1-(2x)^2}}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$2x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$2 \cos x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\sin(2x)$	DF: Lösung geraten
<input checked="" type="checkbox"/>	$\sqrt{1-(2x)^2}$	richtig

MV 04                      Blatt 09                      Kapitel 6.3                      Partialbruchzerlegung  
 Grenzwertmethode    ElementareFktn    Nummer: 32 0 200409001    Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 30      Quelle: keine              W

**Aufgabe 9.1.3:** Zerlegen Sie den Bruch  $\frac{2}{6x^2-72x+162}$  in Partialbrüche.

**Parameter:**

$x_n$  = Faktoren und Summanden im Bruch,  $x_n > 1$  ( $x_3 \geq 1$ ),  $x_1$  ist Teiler von  $x_2$ ,  $x_3 < x_4$   $n = 1..4$

Die Formel lautet:  $\frac{x_1}{x_2x^2-\{x_2 \cdot (x_3+x_4)\}x+\{x_2 \cdot x_3 \cdot x_4\}}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$      $x_2 = 6$      $x_3 = 3$      $x_4 = 9$ .

**Erklärung:**

Suchen Sie zuerst die Nennernullstellen  $x_1$  und  $x_2$  von  $f(x)$ . Weil der Zählergrad < Nennergrad ist, kann auf eine Polynomdivision mit Rest verzichtet werden. Stellen Sie  $f(x)$  als  $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$  dar.

**Rechnung:**

$$f(x) = \frac{2}{6x^2-72x+162} = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{x^2-12x+27} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{(x-3) \cdot (x-9)} = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-9} \right)$$

$$\text{Damit gilt: } \frac{1}{x^2-12x+27} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-9} \Rightarrow 1 = A \cdot (x-9) + B \cdot (x-3) \quad (*)$$

Wir wenden die Grenzwertmethode an.

Dazu setzen wir in die Gleichung (\*) die (Grenz-) Werte  $x = 3$  und  $x = 9$  ein:

$$\begin{aligned} x=3 & : 1 = A \cdot (3-9) + B \cdot (3-3) \Rightarrow A = \frac{-1}{6} \\ x=9 & : 1 = A \cdot (9-9) + B \cdot (9-3) \Rightarrow B = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\text{Damit ist } f(x) = \frac{1}{3} \left( -\frac{1}{6} \frac{1}{x-3} + \frac{1}{6} \frac{1}{x-9} \right) = \frac{1}{18} \frac{1}{x-9} - \frac{1}{18} \frac{1}{x-3}$$

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/>	$\frac{\frac{1}{3}}{x^2+12x+27}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{2}{x+9} - \frac{2}{x+3}$	<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{1}{18} \frac{1}{x-9} - \frac{1}{18} \frac{1}{x-3}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{x^2-12x+27}$
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-3}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{3} - \frac{1}{12x} + \frac{1}{27}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+3}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{3} + \frac{1}{12x} + \frac{1}{27}$
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{12x} + \frac{1}{27}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{2}{x-9} - \frac{2}{x-3}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{2}{6x^2} - \frac{2}{72x} + \frac{2}{162}$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{3} \frac{1}{x^2-12x+27}$

**Fehlerinterpretation:**

- |                                       |  |  |
|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 1            | $\frac{\frac{1}{3}}{x^2+12x+27}$                     | DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden     |
| <input type="checkbox"/> 2            | $\frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+3}$                      | RF: falsches Vorzeichen im Nenner              |
| <input checked="" type="checkbox"/> 3 | $\frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-3}$                      | richtig  |
| <input type="checkbox"/> 4            | $\frac{1}{x^2-12x+27}$                               | DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden     |
| <input type="checkbox"/> 5            | $\frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-3}$                      | DF: Lösung geraten                             |
| <input type="checkbox"/> 6            | $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{12x} + \frac{1}{27}$       | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 7            | $\frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+3}$                      | DF: Lösung geraten                             |
| <input type="checkbox"/> 8            | $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{12x} + \frac{1}{27}$       | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 9            | $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{12x} + \frac{1}{27}$       | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 10           | $\frac{x-9}{x^2} - \frac{x-3}{2}$                    | RF: Brüche falsch aufgelöst                    |
| <input type="checkbox"/> 11           | $\frac{x-9}{6x^2} - \frac{x-3}{72x} + \frac{2}{162}$ | DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden |
| <input type="checkbox"/> 12           | $\frac{\frac{1}{3}}{x^2-12x+27}$                     | DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden     |

MV 04                      Blatt 09                      Kapitel 6.3                      Partialbruchzerlegung  
 Koeffizientenvergleich    ElementareFktn    Nummer: 67 0 200409002    Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 30            Quelle: keine            W

**Aufgabe 9.1.4:** Zerlegen Sie den Bruch  $\frac{4x+24}{(x-2)^2}$  in Partialbrüche.

**Parameter:**

$x_n$  = Faktoren und Summanden im Bruch,  $x_n > 1$  ( $x_3 \geq 1$ )  $n = 1..3$

Die Formel lautet:  $\frac{x_1x+x_2}{(x-x_3)^2}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 4$      $x_2 = 24$      $x_3 = 2$ .

**Erklärung:**

Der Nenner liegt bereits in linearfaktorzerlegter Form vor. Er besitzt nur eine Nullstelle  $x_0$ , diese hat aber Vielfachheit 2. Stellen Sie  $f(x)$  als  $\frac{A}{x-x_0} + \frac{B}{(x-x_0)^2}$  dar. Weil der Zählergrad < Nennergrad ist, kann auf eine Polynomdivision mit Rest verzichtet werden.

**Rechnung:**

$$f(x) = \frac{4x+24}{(x-2)^2} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} \Rightarrow 4x+24 = A \cdot (x-2) + B \quad (*)$$

Mit der Grenzwertmethode kann hier nur ein Koeffizient bestimmt werden. Den zweiten Koeffizienten bestimmen wir durch das Einsetzen des bestimmten Wertes  $x = 0$  in (\*):

$$\begin{aligned} x = 2 & : 4 \cdot 2 + 24 = A \cdot (2-2) + B \Rightarrow B = 32 \\ x = 0 & : 4 \cdot 0 + 24 = A \cdot (0-2) + 32 \Rightarrow A = 4 \end{aligned}$$

$$\text{Damit ist die Partialbruchzerlegung: } f(x) = \frac{4}{x-2} + \frac{32}{(x-2)^2}.$$

**Angebote Lösungen:**

- |                            |  |                             |   |                                       |  |                             |  |
|----------------------------|--|-----------------------------|---|---------------------------------------|--|-----------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{28}{x} + \frac{24}{4}$                | <input type="checkbox"/> 2  | $\frac{28}{x^2} + \frac{28}{4x} + \frac{28}{4}$ | <input type="checkbox"/> 3            | $\frac{1}{4(x-2)} + \frac{1}{32(x-2)^2}$ | <input type="checkbox"/> 4  | $\frac{4x}{x-2} + \frac{24}{(x-2)^2}$    |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\frac{4}{x-2} + \frac{24}{(x-2)^2}$         | <input type="checkbox"/> 6  | $\frac{4(x+6)}{(x-2)^2}$                        | <input checked="" type="checkbox"/> 7 | $\frac{4}{x-2} + \frac{32}{(x-2)^2}$     | <input type="checkbox"/> 8  | $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$      |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{4x} + \frac{1}{4}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{4}{x^2} + \frac{24}{4x} + \frac{1}{4}$   | <input type="checkbox"/> 11           | $\left(\frac{4(x+6)}{(x-2)}\right)^2$    | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{1}{4(x-2)} + \frac{1}{24(x-2)^2}$ |

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{28}{x^2} + \frac{24}{4x}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{28}{x^2} + \frac{28}{4x} + \frac{28}{4}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{1}{4(x-2)} + \frac{1}{32(x-2)^2}$	DF: Vermutlich Koeffizienten falsch berechnet
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{4x}{x-2} + \frac{24}{(x-2)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{4}{x-2} + \frac{24}{(x-2)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung falsch durchgeführt
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{4(x+6)}{(x-2)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht durchgeführt
<input checked="" type="checkbox"/> 7	$\frac{4}{x-2} + \frac{32}{(x-2)^2}$	richtig
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung falsch durchgeführt
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{4x} + \frac{1}{4}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{4}{x^2} + \frac{24}{4x} + \frac{1}{4}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 11	$\left(\frac{4(x+6)}{(x-2)}\right)^2$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{1}{4(x-2)} + \frac{1}{24(x-2)^2}$	DF: Vermutlich Koeffizienten falsch berechnet

MV 04                      Blatt 09                      Kapitel 6.3                      Partialbruchzerlegung  
 Grenzwertmethode    ElementareFktn    Nummer: 82 0 200409004    Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 30      Quelle: keine              W

**Aufgabe 9.1.5:** Zerlegen Sie den Bruch  $\frac{27}{(x-5) \cdot (x^2+2)}$  in (reelle) Partialbrüche.

**Parameter:**

$x_n$  = Faktoren und Summanden im Bruch,  $x_n > 1$ ,  $n = 1..2$

Die Formel lautet:  $\frac{\{x_1^2 + x_2\}}{(x - x_1) \cdot (x^2 + x_2)}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 5$      $x_2 = 2$ .

**Erklärung:**

Der Nenner hat die komplexen Nullstellen  $\pm i\sqrt{2}$ . Die reelle Partialbruchzerlegung ist von der Form  $\frac{A}{x-5} + \frac{Bx+C}{x^2+2}$ .

**Rechnung:**

$$f(x) = \frac{27}{(x-5) \cdot (x^2+2)} = \frac{A}{x-5} + \frac{Bx+C}{x^2+2} \Rightarrow 27 = A \cdot (x^2+2) + (Bx+C) \cdot (x-5) \quad (*)$$

Wir wenden zuerst die Grenzwertmethode zur Berechnung von A an.  
 Dazu setzen wir in die Gleichung (\*) den (Grenz-) Wert  $x = 5$  ein:

$$x = 5 : 27 = A \cdot (5^2 + 2) + (Bx + C) \cdot (5 - 5) = 27 \cdot A \Rightarrow A = 1$$

Jetzt setzen wir in die Gleichung (\*) den speziellen Wert  $x = 0$  (und  $A = 1$ ) ein:

$$x = 0 : 27 = 1 \cdot (0^2 + 2) + (B \cdot 0 + C) \cdot (0 - 5) = 2 - 5 \cdot C \Rightarrow C = -5$$

Um C zu bestimmen, verwenden wir einen Koeffizientenvergleich. Dazu formen wir (\*) um:

$$0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 27 = (A + B) \cdot x^2 + (C - 5B) \cdot x + (2A - 5C) = (1 + B) \cdot x^2 + (-5 - 5B) \cdot x + 2 + 25$$

Koeffizientenvergleich ergibt das Gleichungssystem

$$0 = 1 + B \quad 0 = -5 - 5B \quad 27 = 2 + 25 \Rightarrow B = -1.$$

Damit ist  $f(x) = \frac{1}{x-5} + \frac{-x-5}{x^2+2}$ .

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{5}{x-5} + \frac{2}{x^2+2}$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{1}{x-5} + \frac{x+5}{x^2+2}$	<input checked="" type="checkbox"/> 3	$\frac{1}{x-5} - \frac{x+5}{x^2+2}$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{5}{x^3} - \frac{5}{5x^2} + \frac{2}{2x} - \frac{2}{10}$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{x+5}{x-5} - \frac{x-2}{x^2+2}$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{5}{(x-5) \cdot (x^2+2)}$	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{x-5}{x-5} - \frac{x+2}{x^2+2}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{1}{x^3} - \frac{1}{5x^2} + \frac{1}{2x} - \frac{1}{10}$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{x^3} + \frac{1}{5x^2} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{10}$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{5}{x-5} - \frac{2}{x^2+2}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{-5}{(x-5) \cdot (x^2+2)}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{5}{x^3} + \frac{5}{5x^2} + \frac{2}{2x} + \frac{2}{10}$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{5}{x-5} + \frac{2}{x^2+2}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 2	$\frac{1}{x-5} + \frac{x+5}{x^2+2}$	RF: Falsches Vorzeichen
<input checked="" type="checkbox"/> 3	$\frac{1}{x-5} - \frac{x+5}{x^2+2}$	richtig
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{5}{x^3} - \frac{5}{5x^2} + \frac{2}{2x} - \frac{2}{10}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{x+5}{x-5} - \frac{x-2}{x^2+2}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{5}{(x-5) \cdot (x^2+2)}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{x-5}{x-5} - \frac{x+2}{x^2+2}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{1}{x^3} - \frac{1}{5x^2} + \frac{1}{2x} - \frac{1}{10}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{x^3} + \frac{1}{5x^2} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{10}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 10	$\frac{5}{x-5} - \frac{2}{x^2+2}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{-5}{(x-5) \cdot (x^2+2)}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{5}{x^3} + \frac{5}{5x^2} + \frac{2}{2x} + \frac{2}{10}$	DF: Lösung geraten

MV 04                      Blatt 09                      Kapitel 6.4                      trigonometrische  
keine                      ElementareFktn                      Nummer: 93 0 200409006                      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 9.1.6:** Berechnen Sie die Umkehrfunktion von  $f : \mathbb{R}_0^- \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = \cosh(3x)$  elementar.

**Parameter:**

$x_1 =$  Faktor  $x_1 > 1$ .

Die Formel lautet:  $\cosh(x_1 x)$ .

In dieser Aufgabe ist  $x_1 = 3$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Definition von  $y = \cosh x$  an und lösen Sie die Gleichung mittels Substitution und Mitternachtsformel nach  $y$  auf.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \cosh(3x) = \frac{e^{3x} + e^{-3x}}{2} = y &\Leftrightarrow e^{3x} - 2y + e^{-3x} = 0 && \text{Multiplikation mit 2} \\ &\Leftrightarrow e^{2 \cdot 3x} - 2y \cdot e^{3x} + 1 = 0 && \text{Multiplikation mit } e^{3x} \\ &\Leftrightarrow u^2 - 2y \cdot u + 1 = 0 && \text{Substitution } e^{3x} = u \\ &\Leftrightarrow u_{1,2} = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 - 4}}{2} && \text{Mitternachtsformel} \\ &\Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{\ln(y \pm \sqrt{y^2 - 1})}{3} && \text{Rücksubstitution} \end{aligned}$$

Damit ist die Umkehrfunktion  $y = \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{3}$  mit  $ID = [1, \infty)$  (was dem Wertebereich von  $\cosh(3x)$  entspricht).

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$\cosh(3x)$	<input checked="" type="checkbox"/> 3	$\frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{3}$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{3}$	<input type="checkbox"/> 4	$\ln(3x + \sqrt{(3x)^2 - 1})$
<input type="checkbox"/> 5	$3 \sin x$	<input type="checkbox"/> 6	$3 \cosh x$	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})}{3}$	<input type="checkbox"/> 8	$\sinh(3x)$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{\ln(x - \sqrt{x^2 + 1})}{3}$	<input type="checkbox"/> 10	$3 \cos x$	<input type="checkbox"/> 11	$\cos(3x)$	<input type="checkbox"/> 12	$\ln(3x + \sqrt{(3x)^2 + 1})$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/>	$\cosh(3x)$	DF: Lösung geraten
<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x-\sqrt{x^2-1})}{3}$	richtig
<input type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x+\sqrt{x^2+1})}{3}$	RF: $\sinh 3x$ invertiert
<input type="checkbox"/>	$\ln(3x + \sqrt{(3x)^2 - 1})$	RF: falsch substituiert
<input type="checkbox"/>	$3 \sin x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$3 \cosh x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x+\sqrt{x^2-1})}{3}$	RF: Falscher Zweig der Umkehrfunktion gewählt
<input type="checkbox"/>	$\sinh(3x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x-\sqrt{x^2+1})}{3}$	RF: $\sinh 3x$ invertiert
<input type="checkbox"/>	$3 \cos x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\cos(3x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\ln(3x + \sqrt{(3x)^2 + 1})$	RF: falsch substituiert

**Allgemeine Hinweise:**

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>