

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 9**

MV 04	Blatt 09	Kapitel 6.3	Partialbruchzerlegung
Reihen	ElementareFktn	Nummer: 25 0 200409003	Kl: 14G
Grad: 20	Zeit: 30	Quelle: keine	W

**Aufgabe 9.1.1:**

Gegen welchen Wert (gerundet auf zwei Stellen) strebt die Reihe  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{8}{(k+2) \cdot (k+4)}$  ?

**Parameter:**

$x_n =$  Koeffizienten im Bruch,  $x_n > 0$   $n = 1..3$ , ( $x_2 > x_1$ )

Die Summe lautet:  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\{(x_2 - x_1) \cdot x_3\}}{(k + x_1) \cdot (k + x_2)}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 2$   $x_2 = 4$   $x_3 = 4$ .

**Erklärung:**

Die Reihe wird zuerst als Limes einer (endlichen) Summe interpretiert. Durch Partialbruchzerlegung kann die Summe aufgespalten und als Teleskopsumme interpretiert werden.

Stellen Sie die Summenglieder als  $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$  dar.

**Rechnung:**

$$\frac{8}{(k+2) \cdot (k+4)} := \frac{A}{k+2} + \frac{B}{k+4} \Rightarrow 8 = A \cdot (k+4) + B \cdot (k+2)$$

$$\text{Mit } k \rightarrow -2 \text{ gilt } 8 = A \cdot (-2+4) + B \cdot (-2+2) \Rightarrow A = 4,$$

$$\text{mit } k \rightarrow -4 \text{ gilt } 8 = A \cdot (-4+4) + B \cdot (-4+2) \Rightarrow B = -4.$$

$$\text{Damit ist } \frac{8}{(k+2) \cdot (k+4)} = \frac{4}{k+2} - \frac{4}{k+4}$$

$$\sum_{k=0}^n \frac{8}{(k+2) \cdot (k+4)} = \sum_{k=0}^n \frac{4}{k+2} - \frac{4}{k+4} \quad \text{Partialbruchzerlegung}$$

$$= \sum_{k=0}^n \frac{4}{k+2} - \sum_{k=0}^n \frac{4}{k+4} \quad \text{Distributivgesetz u.ä.}$$

$$= \sum_{k=2}^{n+2} \frac{4}{k} - \sum_{k=4}^{n+4} \frac{4}{k} \quad \text{Indexverschiebung}$$

$$= \sum_{k=2}^{4-1} \frac{4}{k} + \sum_{k=4}^{n+2} \frac{4}{k} - \sum_{k=4}^{n+2} \frac{4}{k} - \sum_{k=n+2+1}^{n+4} \frac{4}{k}$$

$$= \sum_{k=2}^3 \frac{4}{k} - \sum_{k=n+3}^{n+4} \frac{4}{k} \quad \text{Teleskopsumme}$$

Für die Reihe gilt

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{8}{(k+2) \cdot (k+4)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{8}{(k+2) \cdot (k+4)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=2}^3 \frac{4}{k} - \sum_{k=n+3}^{n+4} \frac{4}{k} = \sum_{k=2}^3 \frac{4}{k} - 0$$

$$\sum_{k=2}^3 \frac{4}{k} = \frac{4}{2} + \frac{4}{3} \approx 3.33$$

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1.33	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 4.33	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 7.33	<input type="checkbox"/> 0.53	<input type="checkbox"/> $\infty$
<input type="checkbox"/> 6	<input checked="" type="checkbox"/> 3.33	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 0

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1.33	RF: Erstes Summenglied vergessen
<input type="checkbox"/> 2	RF: Letztes Summenglied vergessen
<input type="checkbox"/> 4.33	RF: Ein Summenglied zuviel addiert
<input type="checkbox"/> 1	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 8	DF: Falsche Summe gerechnet
<input type="checkbox"/> 7.33	RF: Ein Summenglied zuviel addiert
<input type="checkbox"/> 0.53	DF: Erster Summand angegeben
<input type="checkbox"/> $\infty$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/> 6	DF: Falsche Summe gerechnet
<input checked="" type="checkbox"/> 3.33	richtig
<input type="checkbox"/> 4	DF: Falsche Summe gerechnet
<input type="checkbox"/> 0	DF: Limes der Folge

MV 04                      Blatt 09                      Kapitel 6.3                      Partialbruchzerlegung  
 Grenzwertmethode    ElementareFktn    Nummer: 41 0 200409004    Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 30      Quelle: keine              W

**Aufgabe 9.1.2:** Zerlegen Sie den Bruch  $\frac{13}{(x-3) \cdot (x^2+4)}$  in (reelle) Partialbrüche.

**Parameter:**

$x_n =$  Faktoren und Summanden im Bruch,  $x_n > 1$ ,  $n = 1..2$

Die Formel lautet:  $\frac{\{x_1^2 + x_2\}}{(x - x_1) \cdot (x^2 + x_2)}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3$      $x_2 = 4$ .

**Erklärung:**

Der Nenner hat die komplexen Nullstellen  $\pm i\sqrt{4}$ . Die reelle Partialbruchzerlegung ist von der Form  $\frac{A}{x-3} + \frac{Bx+C}{x^2+4}$ .

**Rechnung:**

$$f(x) = \frac{13}{(x-3) \cdot (x^2+4)} = \frac{A}{x-3} + \frac{Bx+C}{x^2+4} \Rightarrow 13 = A \cdot (x^2+4) + (Bx+C) \cdot (x-3) \quad (*)$$

Wir wenden zuerst die Grenzwertmethode zur Berechnung von  $A$  an.

Dazu setzen wir in die Gleichung (\*) den (Grenz-) Wert  $x = 3$  ein:

$$x = 3 : 13 = A \cdot (3^2 + 4) + (Bx + C) \cdot (3 - 3) = 13 \cdot A \Rightarrow A = 1$$

Jetzt setzen wir in die Gleichung (\*) den speziellen Wert  $x = 0$  (und  $A = 1$ ) ein:

$$x = 0 : 13 = 1 \cdot (0^2 + 4) + (B \cdot 0 + C) \cdot (0 - 3) = 4 - 3 \cdot C \Rightarrow C = -3$$

Um  $C$  zu bestimmen, verwenden wir einen Koeffizientenvergleich. Dazu formen wir (\*) um:

$$0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 13 = (A + B) \cdot x^2 + (C - 3B) \cdot x + (4A - 3C) = (1 + B) \cdot x^2 + (-3 - 3B) \cdot x + 4 + 9$$

Koeffizientenvergleich ergibt das Gleichungssystem

$$0 = 1 + B \quad 0 = -3 - 3B \quad 13 = 4 + 9 \Rightarrow B = -1.$$

Damit ist  $f(x) = \frac{1}{x-3} + \frac{-x-3}{x^2+4}$ .

**Angebotene Lösungen:**

$$\boxed{1} \quad \frac{3}{(x-3) \cdot (x^2+4)}$$

$$\boxed{2} \quad \frac{3}{x-3} + \frac{4}{x^2+4}$$

$\boxed{3}$  es gibt keine

$$\boxed{4} \quad \frac{-3}{(x-3) \cdot (x^2+4)}$$

$$\boxed{5} \quad \frac{3}{x-3} - \frac{4}{x^2+4}$$

$$\boxed{6} \quad \frac{1}{x^3} - \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{4x} - \frac{1}{12}$$

$$\boxed{7} \quad \frac{x+3}{x-3} - \frac{x-4}{x^2+4}$$

$$\boxed{8} \quad \frac{1}{x^3} + \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{4x} + \frac{1}{12}$$

$$\boxed{9} \quad \frac{3}{x^3} - \frac{3}{3x^2} + \frac{4}{4x} - \frac{4}{12}$$

$$\boxed{10} \quad \frac{x-3}{x-3} - \frac{x+4}{x^2+4}$$

$$\boxed{11} \quad \frac{3}{x^3} + \frac{3}{3x^2} + \frac{4}{4x} + \frac{4}{12}$$

$$\boxed{\times} \quad \frac{1}{x-3} - \frac{x+3}{x^2+4}$$

**Fehlerinterpretation:**

$$\boxed{1} \quad \frac{3}{(x-3) \cdot (x^2+4)}$$

DF: Lösung geraten

$$\boxed{2} \quad \frac{3}{x-3} + \frac{4}{x^2+4}$$

DF: Lösung geraten

$\boxed{3}$  es gibt keine

DF: Doch

$$\boxed{4} \quad \frac{-3}{(x-3) \cdot (x^2+4)}$$

DF: Lösung geraten

$$\boxed{5} \quad \frac{3}{x-3} - \frac{4}{x^2+4}$$

DF: Lösung geraten

$$\boxed{6} \quad \frac{1}{x^3} - \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{4x} - \frac{1}{12}$$

DF: Lösung geraten

$$\boxed{7} \quad \frac{x+3}{x-3} - \frac{x-4}{x^2+4}$$

DF: Lösung geraten

$$\boxed{8} \quad \frac{1}{x^3} + \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{4x} + \frac{1}{12}$$

DF: Lösung geraten

$$\boxed{9} \quad \frac{3}{x^3} - \frac{3}{3x^2} + \frac{4}{4x} - \frac{4}{12}$$

DF: Lösung geraten

$$\boxed{10} \quad \frac{x-3}{x-3} - \frac{x+4}{x^2+4}$$

DF: Lösung geraten

$$\boxed{11} \quad \frac{3}{x^3} + \frac{3}{3x^2} + \frac{4}{4x} + \frac{4}{12}$$

DF: Lösung geraten

$$\boxed{\times} \quad \frac{1}{x-3} - \frac{x+3}{x^2+4}$$

richtig

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.4 trigonometrische  
keine ElementareFktn Nummer: 52 0 200409006 Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

**Aufgabe 9.1.3:** Berechnen Sie die Umkehrfunktion von  $f : \mathbb{R}_0^- \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = \cosh(6x)$  elementar.

**Parameter:**

$x_1 =$  Faktor  $x_1 > 1$ .

Die Formel lautet:  $\cosh(x_1 x)$ .

In dieser Aufgabe ist  $x_1 = 6$ .

**Erklärung:**

Wenden Sie die Definition von  $y = \cosh x$  an und lösen Sie die Gleichung mittels Substitution und Mitternachtsformel nach  $y$  auf.

**Rechnung:**

$$\begin{aligned} \cosh(6x) = \frac{e^{6x} + e^{-6x}}{2} = y &\Leftrightarrow e^{6x} - 2y + e^{-6x} = 0 && \text{Multiplikation mit 2} \\ &\Leftrightarrow e^{2 \cdot 6x} - 2y \cdot e^{6x} + 1 = 0 && \text{Multiplikation mit } e^{6x} \\ &\Leftrightarrow u^2 - 2y \cdot u + 1 = 0 && \text{Substitution } e^{6x} = u \\ &\Leftrightarrow u_{1,2} = \frac{2y \pm \sqrt{4y^2 - 4}}{2} && \text{Mitternachtsformel} \\ &\Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{\ln(y \pm \sqrt{y^2 - 1})}{6} && \text{Rücksubstitution} \end{aligned}$$

Damit ist die Umkehrfunktion  $y = \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{6}$  mit  $\text{ID} = [1, \infty)$  (was dem Wertebereich von  $\cosh(6x)$  entspricht).

**Angebotene Lösungen:**

$$\boxed{\times} \quad \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})}{6}$$

$$\boxed{2} \quad 6 \sin x$$

$$\boxed{3} \quad \ln(6x + \sqrt{(6x)^2 - 1})$$

$$\boxed{4} \quad 6 \cos x$$

$$\boxed{5} \quad 6 \cosh x$$

$$\boxed{6} \quad \frac{\ln(x - \sqrt{x^2 + 1})}{6}$$

$$\boxed{7} \quad 6 \sinh x$$

$$\boxed{8} \quad \cos(6x)$$

$$\boxed{9} \quad \sinh(6x)$$

$$\boxed{10} \quad \frac{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{6}$$

$$\boxed{11} \quad \frac{\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})}{6}$$

$$\boxed{12} \quad \sin(6x)$$

**Fehlerinterpretation:**

<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x-\sqrt{x^2-1})}{6}$	richtig
<input type="checkbox"/>	$6 \sin x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\ln(6x + \sqrt{(6x)^2 - 1})$	RF: falsch substituiert
<input type="checkbox"/>	$6 \cos x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$6 \cosh x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x-\sqrt{x^2+1})}{6}$	RF: sinh 6x invertiert
<input type="checkbox"/>	$6 \sinh x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\cos(6x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\sinh(6x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x+\sqrt{x^2+1})}{6}$	RF: sinh 6x invertiert
<input type="checkbox"/>	$\frac{\ln(x+\sqrt{x^2-1})}{6}$	RF: Falscher Zweig der Umkehrfunktion gewählt
<input type="checkbox"/>	$\sin(6x)$	DF: Lösung geraten

MV 04                      Blatt 09                      Kapitel 6.4                      trigonometrische  
keine                      ElementareFktn                      Nummer: 67 0 200409005                      Kl: 14G  
Grad: 20 Zeit: 30                      Quelle: keine                      W

**Aufgabe 9.1.4:** Bestimmen Sie  $\cos(\arcsin(2x))$  für  $x \in [0, \frac{1}{2}]$  (- der Wertebereich von  $\arcsin x$  sei  $[0, \frac{\pi}{2}]$ ).

**Parameter:**

$x_1 =$  Faktor  $x_1 > 1$ .

Die Formel lautet:  $\cos(\arcsin(x_1 x))$ .

In dieser Aufgabe ist  $x_1 = 2$ .

**Erklärung:**

Substituieren Sie  $y = \arcsin(2x)$  und wenden Sie die Formel  $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$  an. Durch die Einschränkung des Bild und Definitionsbereiches fällt das  $\pm$  beim Auflösen der Gleichung weg.

**Rechnung:**

Sei  $y = \arcsin(2x)$ , dann gilt:

$$\begin{aligned} \cos y &= \sqrt{1 - \sin^2 y} & y \in [0, \frac{\pi}{2}] &\Rightarrow \cos y \geq 0 \\ &= \sqrt{1 - (\sin(\arcsin(2x)))^2} & y &= \arcsin(2x) \\ &= \sqrt{1 - (2x)^2} & \sin(\arcsin 2x) &= 2x \end{aligned}$$

Damit ist  $\cos(\arcsin(2x)) = \sqrt{1 - (2x)^2}$ .

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/>	$\cos(2x)$	<input type="checkbox"/>	$\sin(2x)$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{\sqrt{1-2x^2}}$	<input checked="" type="checkbox"/>	$\sqrt{1 - (2x)^2}$
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{\sqrt{1-(2x)^2}}$	<input type="checkbox"/>	$2 \cos x$	<input type="checkbox"/>	$\frac{2}{\sqrt{2-x^2}}$	<input type="checkbox"/>	$\sqrt{2 - x^2}$
<input type="checkbox"/>	$\frac{2}{\sqrt{1-2x^2}}$	<input type="checkbox"/>	$2x$	<input type="checkbox"/>	$2 \sin x$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/>	$\cos(2x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\sin(2x)$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{\sqrt{1-2x^2}}$	DF: Lösung geraten
<input checked="" type="checkbox"/>	$\sqrt{1-(2x)^2}$	richtig
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{\sqrt{1-(2x)^2}}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$2 \cos x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{2}{\sqrt{2-x^2}}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\sqrt{2-x^2}$	DF: falsch substituiert
<input type="checkbox"/>	$\frac{2}{\sqrt{1-2x^2}}$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$2x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$2 \sin x$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$	DF: Lösung geraten

MV 04                      Blatt 09                      Kapitel 6.3                      Partialbruchzerlegung  
 Koeffizientenvergleich    ElementareFktn    Nummer: 78 0 200409002    Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 30            Quelle: keine            W

**Aufgabe 9.1.5:** Zerlegen Sie den Bruch  $\frac{7x+42}{(x-7)^2}$  in Partialbrüche.

**Parameter:**

$x_n =$  Faktoren und Summanden im Bruch,  $x_n > 1$  ( $x_3 \geq 1$ )  $n = 1..3$

Die Formel lautet:  $\frac{x_1 x + x_2}{(x - x_3)^2}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 7$      $x_2 = 42$      $x_3 = 7$ .

**Erklärung:**

Der Nenner liegt bereits in linearfaktorzerlegter Form vor. Er besitzt nur eine Nullstelle  $x_0$ , diese hat aber Vielfachheit 2. Stellen Sie  $f(x)$  als  $\frac{A}{x-x_0} + \frac{B}{(x-x_0)^2}$  dar. Weil der Zählergrad < Nennergrad ist, kann auf eine Polynomdivision mit Rest verzichtet werden.

**Rechnung:**

$$f(x) = \frac{7x+42}{(x-7)^2} = \frac{A}{(x-7)} + \frac{B}{(x-7)^2} \Rightarrow 7x+42 = A \cdot (x-7) + B \quad (*)$$

Mit der Grenzwertmethode kann hier nur ein Koeffizient bestimmt werden. Den zweiten Koeffizienten bestimmen wir durch das Einsetzen des bestimmten Wertes  $x = 0$  in (\*):

$$\begin{aligned} x = 7 & : 7 \cdot 7 + 42 = A \cdot (7 - 7) + B \Rightarrow B = 91 \\ x = 0 & : 7 \cdot 0 + 42 = A \cdot (0 - 7) + 91 \Rightarrow A = 7 \end{aligned}$$

Damit ist die Partialbruchzerlegung:  $f(x) = \frac{7}{x-7} + \frac{91}{(x-7)^2}$ .

**Angebotene Lösungen:**

- |                          |  |                                     |                                       |                          |   |                          |  |
|--------------------------|--|-------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------|---|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | $\frac{7x}{x-7} + \frac{42}{(x-7)^2}$    | <input type="checkbox"/>            | $\left(\frac{7(x+6)}{(x-7)}\right)^2$ | <input type="checkbox"/> | $\frac{7(x+6)}{(x-7)^2}$                          | <input type="checkbox"/> | $\frac{7}{x-7} + \frac{42}{(x-7)^2}$           |
| <input type="checkbox"/> | $\frac{1}{x-7} + \frac{1}{(x-7)^2}$      | <input type="checkbox"/>            | $\frac{49}{x} + \frac{42}{49}$        | <input type="checkbox"/> | $\frac{49}{x^2} + \frac{49}{14x} + \frac{49}{49}$ | <input type="checkbox"/> | $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{14x} + \frac{1}{49}$ |
| <input type="checkbox"/> | $\frac{1}{7(x-7)} + \frac{1}{42(x-7)^2}$ | <input checked="" type="checkbox"/> | $\frac{7}{x-7} + \frac{91}{(x-7)^2}$  | <input type="checkbox"/> | $\frac{7}{x^2} + \frac{42}{14x} + \frac{1}{49}$   | <input type="checkbox"/> | $\frac{1}{7(x-7)} + \frac{1}{91(x-7)^2}$       |

**Fehlerinterpretation:**

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{7x}{x-7} + \frac{42}{(x-7)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 2	$\left(\frac{7(x+6)}{(x-7)}\right)^2$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 3	$\frac{7(x+6)}{(x-7)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht durchgeführt
<input type="checkbox"/> 4	$\frac{7}{x-7} + \frac{42}{(x-7)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung falsch durchgeführt
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{1}{x-7} + \frac{1}{(x-7)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung falsch durchgeführt
<input type="checkbox"/> 6	$\frac{49}{x-7} + \frac{42}{(x-7)^2}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 7	$\frac{49}{x^2} + \frac{49}{14x} + \frac{49}{49}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 8	$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{14x} + \frac{1}{49}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{7(x-7)} + \frac{42(x-7)}{(x-7)^2}$	DF: Vermutlich Koeffizienten falsch berechnet
<input checked="" type="checkbox"/> 10	$\frac{7}{x-7} + \frac{91}{(x-7)^2}$	richtig
<input type="checkbox"/> 11	$\frac{7}{x^2} + \frac{42}{14x} + \frac{1}{49}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
<input type="checkbox"/> 12	$\frac{1}{7(x-7)} + \frac{1}{91(x-7)^2}$	DF: Vermutlich Koeffizienten falsch berechnet

MV 04 Blatt 09 Kapitel 6.3 Partialbruchzerlegung  
 Grenzwertmethode ElementareFktn Nummer: 107 0 200409001 Kl: 14G  
 Grad: 20 Zeit: 30 Quelle: keine W

**Aufgabe 9.1.6:** Zerlegen Sie den Bruch  $\frac{3}{12x^2-132x+216}$  in Partialbrüche.

**Parameter:**

$x_n =$  Faktoren und Summanden im Bruch,  $x_n > 1$  ( $x_3 \geq 1$ ),  $x_1$  ist Teiler von  $x_2$ ,  $x_3 < x_4$   $n = 1..4$

Die Formel lautet:  $\frac{x_1}{x_2x^2 - \{x_2 \cdot (x_3 + x_4)\}x + \{x_2 \cdot x_3 \cdot x_4\}}$ .

In dieser Aufgabe sind  $x_1 = 3$   $x_2 = 12$   $x_3 = 2$   $x_4 = 9$ .

**Erklärung:**

Suchen Sie zuerst die Nennernullstellen  $x_1$  und  $x_2$  von  $f(x)$ . Weil der Zählergrad < Nennergrad ist, kann auf eine Polynomdivision mit Rest verzichtet werden. Stellen Sie  $f(x)$  als  $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$  dar.

**Rechnung:**

$$f(x) = \frac{3}{12x^2 - 132x + 216} = \frac{3}{12} \cdot \frac{1}{x^2 - 11x + 18} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(x-2) \cdot (x-9)} = \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-9} \right)$$

$$\text{Damit gilt: } \frac{1}{x^2 - 11x + 18} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-9} \Rightarrow 1 = A \cdot (x-9) + B \cdot (x-2) \quad (*)$$

Wir wenden die Grenzwertmethode an.

Dazu setzen wir in die Gleichung (\*) die (Grenz-) Werte  $x = 2$  und  $x = 9$  ein:

$$\begin{aligned} x = 2 & : 1 = A \cdot (2-9) + B \cdot (2-2) \Rightarrow A = \frac{-1}{7} \\ x = 9 & : 1 = A \cdot (9-9) + B \cdot (9-2) \Rightarrow B = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

$$\text{Damit ist } f(x) = \frac{1}{4} \left( -\frac{1}{7} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{7} \frac{1}{x-9} \right) = \frac{1}{28} \frac{1}{x-9} - \frac{1}{28} \frac{1}{x-2}$$

**Angebotene Lösungen:**

<input type="checkbox"/> 1	$\frac{1}{x^2-11x+18}$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+2}$	<input checked="" type="checkbox"/> 3	$\frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-2}$	<input type="checkbox"/> 4	$\frac{1}{x^2-11x+18}$
<input type="checkbox"/> 5	$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{11x} + \frac{1}{18}$	<input type="checkbox"/> 6	$\frac{3}{12x^2} - \frac{3}{132x} + \frac{3}{216}$	<input type="checkbox"/> 7	$\frac{7}{x-9} - \frac{7}{x-2}$	<input type="checkbox"/> 8	$\frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-2}$
<input type="checkbox"/> 9	$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{11x} + \frac{1}{18}$	<input type="checkbox"/> 10	$\frac{1}{x^2+11x+18}$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{7}{x+9} - \frac{7}{x+2}$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{11x} + \frac{1}{18}$

**Fehlerinterpretation:**

1	$\frac{\frac{1}{4}}{x^2-11x+18}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden
2	$\frac{\frac{1}{28}}{x+9} - \frac{\frac{1}{28}}{x+2}$	RF: falsches Vorzeichen im Nenner
⊗	$\frac{\frac{1}{28}}{x-9} - \frac{\frac{1}{28}}{x-2}$	richtig
4	$\frac{1}{x^2-11x+18}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden
5	$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{11x} + \frac{1}{18}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
6	$\frac{3}{12x^2} - \frac{3}{132x} + \frac{3}{216}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
7	$\frac{\frac{7}{4}}{x-9} - \frac{\frac{7}{4}}{x-2}$	RF: Brüche falsch aufgelöst
8	$\frac{1}{x-9} - \frac{1}{x-2}$	DF: Lösung geraten
9	$\frac{\frac{1}{4}}{x^2} + \frac{\frac{1}{4}}{11x} + \frac{\frac{1}{4}}{18}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden
10	$\frac{\frac{1}{4}}{x^2+11x+18}$	DF: Partialbruchzerlegung nicht verstanden
11	$\frac{\frac{7}{4}}{x+9} - \frac{\frac{7}{4}}{x+2}$	RF: falsches Vorzeichen im Nenner
12	$\frac{\frac{1}{4}}{x^2} - \frac{\frac{1}{4}}{11x} + \frac{\frac{1}{4}}{18}$	DF: Partialbruchzerlegung gar nicht verstanden

### Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>