Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 13

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 5 0 200504010	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.1: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-5)^n}{n}$$

Parameter:

x_1 = erstes Glied der Reihe $x_1 = 1, 2$
x_2 = Zähler der Reihe $x_2 > 2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=x_1}^{\infty} \frac{x_2^n}{n}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2 \quad x_2 = 5$.

Erklärung:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n} \quad = \quad -\ln(1-x) \quad \text{für } x \in [-1, 1)$$

Rechnung:

$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-5)^n}{n}$ divergiert, weil die Summanden nicht gegen 0 gehen. Die Reihe $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ konvergiert nur für $x \in [-1, 1)$.

Angebotene Lösungen:

1 $e^5 + 5$	2 $\ln(-4) - 7.5$	3 $\ln(-4) + 5$	4 $\frac{1}{1-5} + 5$
5 $-\ln(6)$	6 $e^5 - 7.5$	☒ Die Reihe divergiert	8 $-\ln(6) - 7.5$
9 $-\ln(6) + 5$	10 $\ln(6) - 7.5$	11 $-\ln(-4) - 7.5$	12 $\ln(6) + 5$

Fehlerinterpretation:

1 $e^5 + 5$	DF: Falsche Reihe verwendet
2 $\ln(-4) - 7.5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
3 $\ln(-4) + 5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
4 $\frac{1}{1-5} + 5$	DF: Falsche Reihe verwendet
5 $-\ln(6)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
6 $e^5 - 7.5$	DF: Falsche Reihe verwendet
☒ Die Reihe divergiert	richtig
8 $-\ln(6) - 7.5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
9 $-\ln(6) + 5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
10 $\ln(6) - 7.5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
11 $-\ln(-4) - 7.5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
12 $\ln(6) + 5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet

MV 05	Blatt 01	Kapitel 2.2	Summen
geometrische	Grundlagen	Nummer: 14 0 2005010008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.2: Berechnen Sie $\sum_{k=0}^{n} \frac{5^{k+3}}{4^{k-1}}$ für $n \in \mathbb{N}$.

Parameter:

$x_1 =$ Basis des Zählers $x_1 > 1$
$x_2 =$ Basis des Nenners $x_1 > x_2 > 1$
$x_3 =$ Summand im Zähler $x_3 > 0$
$x_4 =$ Subtrahend im Nenner $x_4 > 0$

Die Summe lautet also: $\sum_{k=0}^{n} \frac{(x_1)^{k+x_3}}{(x_2)^{k-x_4}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5, \quad x_2 = 4, \quad x_3 = 3, \quad x_4 = 1.$

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{p^k}{q^k} = \frac{1-(\frac{p}{q})^{k+1}}{1-\frac{p}{q}} \quad .$$

Rechnung:

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{5^{k+3}}{4^{k-1}} = \frac{5^3}{4^{-1}} \cdot \sum_{k=0}^{n} \frac{5^k}{4^k} = 5^3 \cdot 4^1 \cdot \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{5}{4}\right)^k = 500 \cdot \frac{1-(\frac{5}{4})^{n+1}}{1-\frac{5}{4}}$$

Angebotene Lösungen:

[1] $\frac{1-(\frac{5}{4})^{n+1}}{1-\frac{5}{4}}$	[2] $\frac{125}{4} \cdot \frac{\frac{5}{4}^2+\frac{5}{4}}{2}$	[3] $\frac{\frac{5}{4}^2+\frac{5}{4}}{2}$	[X] $500 \cdot \frac{1-(\frac{5}{4})^{n+1}}{1-\frac{5}{4}}$
[5] $(1+\frac{5}{4})^{n+1}$	[6] $500 \cdot (1+\frac{5}{4})^{n+1}$	[7] $\frac{125}{4} \cdot \frac{1-(\frac{5}{4})^{n+1}}{1-\frac{5}{4}}$	[8] $500 \cdot \frac{\frac{5}{4}^2+\frac{5}{4}}{2}$
[9] $\frac{125}{4} \cdot (\frac{5}{4})^{n+1}$	[10] $\frac{5^4}{4^2}$	[11] $(\frac{5}{4})^{n+1}$	[12] $\frac{125}{4} \cdot (1+\frac{5}{4})^{n+1}$

Fehlerinterpretation:

[1] $\frac{1-(\frac{5}{4})^{n+1}}{1-\frac{5}{4}}$	DF: Ausklammern vergessen
[2] $\frac{125}{4} \cdot \frac{\frac{5}{4}^2+\frac{5}{4}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
[3] $\frac{\frac{5}{4}^2+\frac{5}{4}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
[X] $500 \cdot \frac{1-(\frac{5}{4})^{n+1}}{1-\frac{5}{4}}$	richtig
[5] $(1+\frac{5}{4})^{n+1}$	DF: Dies ist nicht die Binomische Formel
[6] $500 \cdot (1+\frac{5}{4})^{n+1}$	DF: Dies ist nicht die Binomische Formel
[7] $\frac{125}{4} \cdot \frac{1-(\frac{5}{4})^{n+1}}{1-\frac{5}{4}}$	DF: Falsch ausgeklammert
[8] $500 \cdot \frac{\frac{5}{4}^2+\frac{5}{4}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
[9] $\frac{125}{4} \cdot (\frac{5}{4})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
[10] $\frac{5^4}{4^2}$	DF: Summand angegeben
[11] $(\frac{5}{4})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
[12] $\frac{125}{4} \cdot (1+\frac{5}{4})^{n+1}$	DF: Dies ist nicht die Binomische Formel

MV 05	Blatt 03	Kapitel 3.1	Grenzwerte
Keine	Folgen	Nummer: 29 0 2005030009	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.3: Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{12(n^2+(-1)^n)}{4n^2+4}$, $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie den Grenzwert a von a_n und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale m (abhängig von ε), für das $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.
Bitte beachten Sie, dass $\lceil x \rceil$ die Zahl $z \in \mathbb{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und z minimal.

Parameter:

$x_1, x_2 =$ Elemente des Bruches, $\frac{12}{4} =$ Grenzwert $x_1 \neq x_2$

Die Folge lautet also: $a_n = \frac{x_1(n^2+(-1)^n)}{x_2n^2+x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 12, \qquad x_2 = 4.$

Erklärung:

$$\frac{a(n^2 + (-1)^n)}{n^2} \quad \to \quad a \quad .$$

Rechnung:

$$\frac{12(n^2 + (-1)^n)}{4n^2 + 4} \quad = \quad \frac{12}{4} \cdot \frac{n^2 + (-1)^n}{n^2 + 1} \quad = \quad 3 \cdot (1 + \frac{(-1)^n - 1}{n^2 + 1})$$

$$\text{damit ist} \quad a \quad = \quad 3 \;\text{ und }\; |a_n - a| \quad = \quad \left| \frac{12}{4} \cdot \frac{(-1)^n - 1}{n^2 + 1} \right| \quad = \quad \begin{cases} 3\frac{2}{n^2+1} & \text{für } n \text{ gerade} \\ 0 & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$$

$$3\frac{2}{n^2 + 1} \;\leq\; \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad 6 \;\leq\; \varepsilon(n^2 + 1) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{6}{\varepsilon} - 1 \;\leq\; n^2 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{\frac{6}{\varepsilon} - 1} \;\leq\; n$$

Sei $k = \lceil \sqrt{\frac{6}{\varepsilon} - 1} \rceil$. Wenn k gerade ist, dann gilt: $k - 1$ ist ungerade, dass heißt $|a_{k-1} - a| = 0 < \varepsilon$. Wie findet man also im geraden Fall die nächst kleinere ungerade Zahl, während man im ungeraden Fall konstant bleibt? $2\lceil \frac{x}{2} \rceil - 1$ leistet genau das Gewünschte. Damit ist $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{6}{\varepsilon} - 1}}{2} \rceil - 1$.

Angebotene Lösungen:

1 $m = 2\lceil \frac{\pm\sqrt{\frac{6}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$	2 $m = \lceil \pm \sqrt{\frac{6}{\varepsilon}} \rceil$	3 Folge divergiert	4 $m = \lceil \sqrt{\varepsilon} - 1 \rceil$
5 $m = 2\lceil (\frac{\pm\frac{6}{\varepsilon}-1}{2})^2 \rceil - 1$	6 $m = \lceil \sqrt{\frac{6}{\varepsilon} - 1} \rceil$	7 $m = 2\lceil (\frac{\frac{6}{\varepsilon}-1}{2})^2 \rceil - 1$	8 $m = \lceil \pm \sqrt{\frac{6}{\varepsilon} - 1} \rceil$
9 $m = \lceil \frac{\varepsilon^2+1}{2} \rceil$	10 $m = 2\lceil (\frac{6}{\varepsilon} - 1)^2 \rceil - 1$	☒ $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{6}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$	12 $m = \lceil \sqrt{\frac{6}{\varepsilon}} \rceil$

Fehlerinterpretation:

1 $m = 2\lceil \frac{\pm\sqrt{\frac{6}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$	DF: $\pm$ ist bei positiven m falsch
2 $m = \lceil \pm \sqrt{\frac{6}{\varepsilon}} \rceil$	DF: Lösung geraten
3 Folge divergiert	DF: das $(-1)^n$ verschwindet
4 $m = \lceil \sqrt{\varepsilon} - 1 \rceil$	DF: Lösung geraten
5 $m = 2\lceil (\frac{\pm\frac{6}{\varepsilon}-1}{2})^2 \rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch
6 $m = \lceil \sqrt{\frac{6}{\varepsilon} - 1} \rceil$	DF: 'fast richtig', nur gerade und ungerade nicht beachtet
7 $m = 2\lceil (\frac{\frac{6}{\varepsilon}-1}{2})^2 \rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch
8 $m = \lceil \pm \sqrt{\frac{6}{\varepsilon} - 1} \rceil$	DF: $\pm$ ist bei positiven m falsch
9 $m = \lceil \frac{\varepsilon^2+1}{2} \rceil$	DF: Lösung geraten
10 $m = 2\lceil (\frac{6}{\varepsilon} - 1)^2 \rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch
☒ $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{6}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$	richtig
12 $m = \lceil \sqrt{\frac{6}{\varepsilon}} \rceil$	DF: Lösung geraten

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 34 0 200504007	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.4: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{6^n}{n!}$$

Parameter:

x_1 = Zähler der Reihe $x_1 > 2$
x_2 = erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2, 3$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{x_1^n}{n!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \quad x_2 = 3$.

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad = \quad e^x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \; = \; e^x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{6^n}{n!} \; = \; e^6$. Die Reihe beginnt bei $i = 3$. Damit muss vom Ergebnis noch $1+6+\frac{6^2}{2}$ abgezogen werden. Damit ist

$$\sum_{i=3}^{\infty} \frac{6^n}{n!} \quad = \quad e^6 - 25$$

Angebotene Lösungen:

1 $e^6 + 1$	2 $\frac{1}{1-6}$	3 $\frac{1}{1-6} + 1$	4 $\cos(6) + 25$
5 $\sin(6) - 25$	6 Die Reihe divergiert	7 $\sin(6) + 7$	8 $e^6 + 25$
9 $\ln(6)$	☒ $e^6 - 25$	11 $\ln(6) - 1$	12 $e^6 - 7$

Fehlerinterpretation:

1	$e^6 + 1$	DF: Addiert statt subtrahiert
2	$\frac{1}{1-6}$	DF: falsche Reihe verwendet
3	$\frac{1}{1-6} + 1$	DF: falsche Reihe verwendet
4	$\cos(6) + 25$	DF: falsche Reihe verwendet
5	$\sin(6) - 25$	DF: falsche Reihe verwendet
6	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
7	$\sin(6) + 7$	DF: falsche Reihe verwendet
8	$e^6 + 25$	DF: Addiert statt subtrahiert
9	$\ln(6)$	DF: falsche Reihe verwendet
☒	$e^6 - 25$	richtig
11	$\ln(6) - 1$	DF: falsche Reihe verwendet
12	$e^6 - 7$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 75 0 200504008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.5: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{6 \cdot (2n)!}$$

Parameter:

x_1 = Zähler der Reihe $x_1 > 2$
x_2 = erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2$
x_5 = Faktor im Nenner $x_5 > 1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{(-1)^n x_1^{2n}}{x_5 \cdot (2n)!}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \quad x_2 = 2, \quad x_5 = 6$.

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \quad = \quad \cos x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \;=\; \cos x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} \;=\; \cos 6$. Der Faktor 6 im Nenner ist unabhängig von n, kann also ausgeklammert werden: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{6\cdot(2n)!} \;=\; \frac{1}{6} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} \;=\; \frac{1}{6} \cos 6$. Die Reihe beginnt bei $i = 2$. Damit muss von dem Wert noch $1 - \frac{6^2}{2}$ abgezogen werden.

$$\frac{1}{6} \cdot \sum_{i=2}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} \quad = \quad \frac{1}{6} \left((\cos 6) - (-17)\right).$$

Angebotene Lösungen:

☒ $\frac{1}{6} ((\cos 6) - (-17))$	2 $\cos(1) - (-17)$	3 $\frac{1}{6} \cos 6$	4 $\cos 1$
5 $\frac{1}{6} ((\sin 6) - (-17))$	6 $\sin(1) - (1)$	7 $\frac{1}{6} ((\sin 6) - (1))$	8 $\sin(1) - (-17)$
9 Die Reihe divergiert	10 $\cos(1) - (1)$	11 $\frac{1}{6} ((\cos 6) - (1))$	12 $\frac{1}{6} \sin 6$

Fehlerinterpretation:

☒ $\frac{1}{6} ((\cos 6) - (-17))$	richtig
2 $\cos(1) - (-17)$	DF: $\frac{1}{6}$ nicht ausgeklammert
3 $\frac{1}{6} \cos 6$	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
4 $\cos 1$	DF: $\frac{1}{6}$ nicht ausgeklammert
5 $\frac{1}{6} ((\sin 6) - (-17))$	DF: falsche Reihe verwendet
6 $\sin(1) - (1)$	DF: $\frac{1}{6}$ nicht ausgeklammert
7 $\frac{1}{6} ((\sin 6) - (1))$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
8 $\sin(1) - (-17)$	DF: $\frac{1}{6}$ nicht ausgeklammert
9 Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
10 $\cos(1) - (1)$	DF: $\frac{1}{6}$ nicht ausgeklammert
11 $\frac{1}{6} ((\cos 6) - (1))$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
12 $\frac{1}{6} \sin 6$	DF: Reihenbeginn nicht beachtet

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 86 0 200504009	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.6: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-49)^n}{(2n)!}$$

Parameter:

x_1 = Zähler der Reihe $-$ $x_1 > 1$ $-$ $x_2 := x_1^2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x_1 \cdot x_1)^n}{(2n)!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7, \qquad x_2 = 49$.

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \quad = \quad \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} \quad = \quad \cos x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} = \cos x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-49)^n}{(2n)!} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 7^{2n}}{(2n)!} = \cos 7$.

Angebotene Lösungen:

1 $-e^{49}$	2 $-\sin 7$	3 $\sin 49$	4 $-\ln 49$
5 e^{-7}	6 e^{49}	7 $-\sin 49$	8 $-e^{7}$
9 $\ln 49$	10 Die Reihe divergiert	11 e^{-49}	☒ $\cos 7$

Fehlerinterpretation:

1	$-e^{49}$	DF: Quadrat nicht beachtet
2	$-\sin 7$	DF: falsche Reihe verwendet
3	$\sin 49$	DF: Quadrat nicht beachtet
4	$-\ln 49$	DF: Quadrat nicht beachtet
5	e^{-7}	DF: falsche Reihe verwendet
6	e^{49}	DF: falsche Reihe verwendet
7	$-\sin 49$	DF: Quadrat nicht beachtet
8	$-e^{7}$	DF: falsche Reihe verwendet
9	$\ln 49$	DF: falsche Reihe verwendet
10	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
11	e^{-49}	DF: Quadrat nicht beachtet
☒	$\cos 7$	richtig

MV 05	Blatt 03	Kapitel 3.1	Grenzwerte
Keine	Folgen	Nummer: 95 0 2005030008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.7: Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{33+3n}{n+4}$, $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie den Grenzwert a von a_n und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale m (abhängig von ε), für das $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.
Bitte beachten Sie, dass $\lceil x \rceil$ die Zahl $z \in \mathbb{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und z minimal.

Parameter:

x_1, x_2, x_3 = Elemente des Bruches, x_3 = Grenzwert $x_1 \geq 2 \cdot x_2$

Die Folge lautet also: $a_n = \frac{\{x_3 \cdot x_1\} + x_3 n}{n + x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 11, \quad x_2 = 4, \quad x_3 = 3.$

Erklärung:

$$\frac{a(n+b)}{n+c} \quad \rightarrow \quad a \quad \text{der Rest ist Rechnen mit Beträgen}$$

Rechnung:

$$\frac{3n+33}{n+4} = 3 + \frac{7}{n+4}$$

also ist 3 der Grenzwert und es muss gelten $|a_n - a| = |3 + \frac{7}{n+4} - 3| = \frac{7}{n+4} \leq \varepsilon$.

$$\frac{7}{n+4} \leq \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad 7 \leq \varepsilon(n+4) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{7}{\varepsilon} - 4 \leq n$$

Damit ist $\frac{7}{\varepsilon} - 4$ das maximale m, für das die Bedingung $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.

Angebotene Lösungen:

1 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} - 11 \rceil$	2 $m = \lceil \frac{15}{\varepsilon} - 11 \rceil$	3 $m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} \rceil$	4 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{11} \rceil$
5 $m = \lceil \frac{15}{\varepsilon} \rceil$	6 $m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} \rceil$	7 $m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} - 11 \rceil$	☒ $m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} - 4 \rceil$
9 $m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} - 11 \rceil$	10 Folge divergiert	11 $m = \lceil \varepsilon \rceil$	12 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{4} \rceil$

Fehlerinterpretation:

1	$m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} - 11 \rceil$	DF: 11 abgezogen
2	$m = \lceil \frac{15}{\varepsilon} - 11 \rceil$	DF: Lösung geraten
3	$m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} \rceil$	DF: 4 nicht abgezogen
4	$m = \lceil \frac{\varepsilon}{11} \rceil$	DF: Lösung geraten
5	$m = \lceil \frac{15}{\varepsilon} \rceil$	DF: Lösung geraten
6	$m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} \rceil$	DF: Lösung geraten
7	$m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} - 11 \rceil$	DF: 11 abgezogen
☒	$m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} - 4 \rceil$	richtig
9	$m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} - 11 \rceil$	DF: 11 abgezogen
10	Folge divergiert	DF: Lösung geraten
11	$m = \lceil \varepsilon \rceil$	DF: Lösung geraten
12	$m = \lceil \frac{\varepsilon}{4} \rceil$	DF: Lösung geraten

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 99 0 200504011	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.8: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot (-1)^n \cdot 2^{2n}}{(2n+1)!}$$

Parameter:

x_1 = Basis im Zähler der Reihe $x_1 > 1$
x_2 = Faktor im Zähler der Reihe $x_2 > x_1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x_2 \cdot (-1)^n \cdot (x_1)^{2n}}{(2n+1)!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2 \quad x_2 = 5$.

Erklärung:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R}$$

Rechnung:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x = x \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!},$$

wenn man x (unabhängig von n) ausklammert. Also ist

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} = \frac{\sin x}{x} \quad \text{und} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot (-1)^n \cdot 2^{2n}}{(2n+1)!} = \frac{5}{2} \sin 2.$$

Angebotene Lösungen:

1 $(2n+2) \cdot 5 \cdot \cos 2$	2 Die Reihe divergiert	3 $\frac{5}{2} \cos 2$	4 $\frac{5 \cos 2}{2n+1}$
5 $10 \sin 2$	6 $(2n+2) \cdot \cos 10$	7 $(2n+2) \cdot \sin 10$	☒ $\frac{5}{2} \sin 2$
9 $\cos 10$	10 $5 \sin 2$	11 $(2n+2) \cdot 5 \cdot \sin 2$	12 $5 \cos 2$

Fehlerinterpretation:

1	$(2n+2)\cdot 5\cdot \cos 2$	DF: n ist Summationsindex
2	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
3	$\frac{5}{2}\cos 2$	DF: falsche Reihe
4	$\frac{5\cos 2}{2n+1}$	DF: n ist Summationsindex
5	$10\sin 2$	DF: x nicht ausgeklammert
6	$(2n+2)\cdot \cos 10$	DF: n ist Summationsindex
7	$(2n+2)\cdot \sin 10$	DF: n ist Summationsindex
☒	$\frac{5}{2}\sin 2$	richtig
9	$\cos 10$	DF: falsche Reihe
10	$5\sin 2$	DF: x nicht ausgeklammert
11	$(2n+2)\cdot 5\cdot \sin 2$	DF: n ist Summationsindex
12	$5\cos 2$	DF: falsche Reihe

Allgemeine Hinweise:
Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware @yahoo.de).
Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: http: / / www.vorkurs.de.vu