Blatt Nr 13.02

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 13

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 12 0 200504010	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.1: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n}$$

Parameter:

x_1 = erstes Glied der Reihe $x_1 = 1, 2$
x_2 = Zähler der Reihe $x_2 > 2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=x_1}^{\infty} \frac{x_2^n}{n}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1 \quad x_2 = 3$.

Erklärung:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \quad = \quad -\ln(1-x) \quad \text{für } x \in [-1, 1)$$

Rechnung:

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n}$ divergiert, weil die Summanden nicht gegen 0 gehen. Die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ konvergiert nur für $x \in [-1, 1)$.

Angebotene Lösungen:

☒ Die Reihe divergiert	2 $-\ln(-2)$	3 $-\ln(4) - 1.5$	4 $\ln(-2) - 1.5$
5 $\frac{1}{1-3} - 1.5$	6 $-\ln(4) + 3$	7 $\ln(4)$	8 $-\ln(4)$
9 $e^3 + 3$	10 $\frac{1}{1-3}$	11 $-\ln(-2) + 3$	12 $e^3 - 1.5$

Fehlerinterpretation:

☒	Die Reihe divergiert	richtig
2	$-\ln(-2)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
3	$-\ln(4) - 1.5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
4	$\ln(-2) - 1.5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
5	$\frac{1}{1-3} - 1.5$	DF: Falsche Reihe verwendet
6	$-\ln(4) + 3$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
7	$\ln(4)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
8	$-\ln(4)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
9	$e^3 + 3$	DF: Falsche Reihe verwendet
10	$\frac{1}{1-3}$	DF: Falsche Reihe verwendet
11	$-\ln(-2) + 3$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
12	$e^3 - 1.5$	DF: Falsche Reihe verwendet

MV 05	Blatt 01	Kapitel 2.2	Summen
geometrische	Grundlagen	Nummer: 13 0 2005010008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.2: Berechnen Sie $\sum_{k=0}^{n} \frac{4^{k+3}}{3^{k-3}}$ für $n \in \mathbb{N}$.

Parameter:

$x_1 =$ Basis des Zählers $x_1 > 1$
$x_2 =$ Basis des Nenners $x_1 > x_2 > 1$
$x_3 =$ Summand im Zähler $x_3 > 0$
$x_4 =$ Subtrahend im Nenner $x_4 > 0$

Die Summe lautet also: $\sum_{k=0}^{n} \frac{(x_1)^{k+x_3}}{(x_2)^{k-x_4}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 3, \quad x_4 = 3.$

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{p^k}{q^k} = \frac{1-(\frac{p}{q})^{k+1}}{1-\frac{p}{q}} .$$

Rechnung:

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{4^{k+3}}{3^{k-3}} = \frac{4^3}{3^{-3}} \cdot \sum_{k=0}^{n} \frac{4^k}{3^k} = 4^3 \cdot 3^3 \cdot \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{4}{3}\right)^k = 1728 \cdot \frac{1-(\frac{4}{3})^{n+1}}{1-\frac{4}{3}}$$

Angebotene Lösungen:

☐ 1 $\frac{4^4}{3^4}$	☐ 2 $\frac{64}{27} \cdot (\frac{4}{3})^{n+1}$	☐ 3 $\frac{64}{27} \cdot \frac{1-(\frac{4}{3})^{n+1}}{1-\frac{4}{3}}$	☐ 4 $1728 \cdot (\frac{4}{3})^{n+1}$
☐ 5 $\frac{64}{27} \cdot (1+\frac{4}{3})^{n+1}$	☐ 6 $(\frac{4}{3})^{n+1}$	☐ 7 $\frac{1-(\frac{4}{3})^{n+1}}{1-\frac{4}{3}}$	☐ 8 $\frac{\frac{4}{3}^2+\frac{4}{3}}{2}$
☐ 9 $1728 \cdot \frac{\frac{4}{3}^2+\frac{4}{3}}{2}$	☐ 10 $\frac{64}{27} \cdot \frac{\frac{4}{3}^2+\frac{4}{3}}{2}$	☐ 11 $1728 \cdot (1+\frac{4}{3})^{n+1}$	☒ $1728 \cdot \frac{1-(\frac{4}{3})^{n+1}}{1-\frac{4}{3}}$

Fehlerinterpretation:

☐ 1	$\frac{4^4}{3^4}$	DF: Summand angegeben
☐ 2	$\frac{64}{27} \cdot (\frac{4}{3})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
☐ 3	$\frac{64}{27} \cdot \frac{1-(\frac{4}{3})^{n+1}}{1-\frac{4}{3}}$	DF: Falsch ausgeklammert
☐ 4	$1728 \cdot (\frac{4}{3})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
☐ 5	$\frac{64}{27} \cdot (1+\frac{4}{3})^{n+1}$	DF: Dies ist nicht die Binomische Formel
☐ 6	$(\frac{4}{3})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
☐ 7	$\frac{1-(\frac{4}{3})^{n+1}}{1-\frac{4}{3}}$	DF: Ausklammern vergessen
☐ 8	$\frac{\frac{4}{3}^2+\frac{4}{3}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
☐ 9	$1728 \cdot \frac{\frac{4}{3}^2+\frac{4}{3}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
☐ 10	$\frac{64}{27} \cdot \frac{\frac{4}{3}^2+\frac{4}{3}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
☐ 11	$1728 \cdot (1+\frac{4}{3})^{n+1}$	DF: Dies ist nicht die Binomische Formel
☒	$1728 \cdot \frac{1-(\frac{4}{3})^{n+1}}{1-\frac{4}{3}}$	richtig

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 58 0 200504011	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.3: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot (-1)^n \cdot 2^{2n}}{(2n+1)!}$$

Parameter:

$x_1 =$ Basis im Zähler der Reihe $x_1 > 1$
$x_2 =$ Faktor im Zähler der Reihe $x_2 > x_1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x_2 \cdot (-1)^n \cdot (x_1)^{2n}}{(2n+1)!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2 \qquad x_2 = 5$.

Erklärung:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad = \quad \sin x \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R}$$

Rechnung:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad = \quad \sin x \quad = \quad x \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!},$$

wenn man x (unabhängig von n) ausklammert. Also ist

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} \quad = \quad \frac{\sin x}{x} \quad \text{und} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5 \cdot (-1)^n \cdot 2^{2n}}{(2n+1)!} \quad = \quad \frac{5}{2}\ \sin 2.$$

Angebotene Lösungen:

☒ $\frac{5}{2}\sin 2$	2 $\sin 10$	3 $(2n+2)\cdot 5 \cdot \cos 2$	4 $(2n+2)\cdot \sin 10$
5 $\cos 10$	6 $10\cos 2$	7 $(2n+2)\cdot \cos 10$	8 $(2n+2)\cdot 5\cdot \sin 2$
9 Die Reihe divergiert	10 $5\cos 2$	11 $10\sin 2$	12 $\frac{5\cos 2}{2n+1}$

Fehlerinterpretation:

☒	$\frac{5}{2}\sin 2$	richtig
2	$\sin 10$	DF: 5 nicht ausgeklammert
3	$(2n+2)\cdot 5\cdot\cos 2$	DF: n ist Summationsindex
4	$(2n+2)\cdot\sin 10$	DF: n ist Summationsindex
5	$\cos 10$	DF: falsche Reihe
6	$10\cos 2$	DF: x nicht ausgeklammert
7	$(2n+2)\cdot\cos 10$	DF: n ist Summationsindex
8	$(2n+2)\cdot 5\cdot\sin 2$	DF: n ist Summationsindex
9	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
10	$5\cos 2$	DF: falsche Reihe
11	$10\sin 2$	DF: x nicht ausgeklammert
12	$\frac{5\cos 2}{2n+1}$	DF: n ist Summationsindex

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 60 0 200504009	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.4: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-49)^n}{(2n)!}$$

Parameter:

$x_1 =$ Zähler der Reihe $-\ x_1 > 1\ -\ x_2 := x_1^2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x_1 \cdot x_1)^n}{(2n)!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7, \qquad x_2 = 49$.

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \quad = \quad \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} \quad = \quad \cos x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} \; = \; \cos x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-49)^n}{(2n)!} \; = \; \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 7^{2n}}{(2n)!} \; = \; \cos 7$.

Angebotene Lösungen:

$\boxed{1}$ $\ln 49$	$\boxed{2}$ e^{-49}	$\boxed{3}$ $-e^7$	$\boxed{4}$ $-\sin 49$
$\boxed{5}$ $-\ln 49$	$\boxed{6}$ Die Reihe divergiert	$\boxed{7}$ e^{49}	$\boxed{8}$ $-\cos 49$
$\boxed{9}$ $-e^{49}$	$\boxtimes$ $\cos 7$	$\boxed{11}$ $-\ln 7$	$\boxed{12}$ $\sin 49$

Fehlerinterpretation:

$\boxed{1}$	$\ln 49$	DF: falsche Reihe verwendet
$\boxed{2}$	e^{-49}	DF: Quadrat nicht beachtet
$\boxed{3}$	$-e^7$	DF: falsche Reihe verwendet
$\boxed{4}$	$-\sin 49$	DF: Quadrat nicht beachtet
$\boxed{5}$	$-\ln 49$	DF: Quadrat nicht beachtet
$\boxed{6}$	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
$\boxed{7}$	e^{49}	DF: falsche Reihe verwendet
$\boxed{8}$	$-\cos 49$	DF: Quadrat nicht beachtet
$\boxed{9}$	$-e^{49}$	DF: Quadrat nicht beachtet
$\boxtimes$	$\cos 7$	richtig
$\boxed{11}$	$-\ln 7$	DF: falsche Reihe verwendet
$\boxed{12}$	$\sin 49$	DF: Quadrat nicht beachtet

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 61 0 200504007	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.5: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n!}$$

Parameter:

$x_1 =$ Zähler der Reihe $x_1 > 2$
$x_2 =$ erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2, 3$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{x_1^n}{n!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \quad x_2 = 1$.

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad = \quad e^x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \; = \; e^x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!} \; = \; e^4$. Die Reihe beginnt bei $i = 1$. Damit muss vom Ergebnis noch 1 abgezogen werden. Damit ist

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{4^n}{n!} \quad = \quad e^4 - 1$$

Angebotene Lösungen:

1 e^4	2 4^2	3 $\frac{1}{1-4}+5$	☒ e^4-1
5 e^4-13	6 $\cos(4)+1$	7 $\ln(4)$	8 $\cos(4)-13$
9 $\frac{1}{1-4}$	10 Die Reihe divergiert	11 $\ln(4)-5$	12 $\sin(4)-1$

Fehlerinterpretation:

1	e^4	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
2	4^2	DF: Lösung geraten
3	$\frac{1}{1-4}+5$	DF: falsche Reihe verwendet
☒	e^4-1	richtig
5	e^4-13	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
6	$\cos(4)+1$	DF: falsche Reihe verwendet
7	$\ln(4)$	DF: falsche Reihe verwendet
8	$\cos(4)-13$	DF: falsche Reihe verwendet
9	$\frac{1}{1-4}$	DF: falsche Reihe verwendet
10	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
11	$\ln(4)-5$	DF: falsche Reihe verwendet
12	$\sin(4)-1$	DF: falsche Reihe verwendet

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 71 0 200504008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.6: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^{2n}}{4 \cdot (2n)!}$$

Parameter:

x_1 = Zähler der Reihe $x_1 > 2$
x_2 = erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2$
x_5 = Faktor im Nenner $x_5 > 1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{(-1)^n x_1^{2n}}{x_5 \cdot (2n)!}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \quad x_2 = 1, \quad x_5 = 4.$

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = \cos x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = \cos x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^{2n}}{(2n)!} = \cos 4$. Der Faktor 4 im Nenner ist unabhängig von n, kann also ausgeklammert werden: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^{2n}}{4 \cdot (2n)!} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^{2n}}{(2n)!} = \frac{1}{4} \cos 4$. Die Reihe beginnt bei $i = 1$. Damit muss von dem Wert noch 1 abgezogen werden.

$$\frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^{2n}}{(2n)!} = \frac{1}{4} \left((\cos 4) - (1)\right).$$

Angebotene Lösungen:

1 $\cos(1)-(1)$	2 $\sin(1)-(-7)$	3 Die Reihe divergiert	4 $\frac{1}{4}((\sin 4)-(-7))$
5 $\cos(1)-(-7)$	6 $\frac{1}{4}((\sin 4)-(1))$	7 $\sin(1)-(1)$	8 $\frac{1}{4}\sin 4$
9 $\cos 1$	10 $\frac{1}{4}\cos 4$	11 $\sin 1$	☒ $\frac{1}{4}((\cos 4)-(1))$

Fehlerinterpretation:

1	$\cos(1)-(1)$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
2	$\sin(1)-(-7)$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
3	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
4	$\frac{1}{4}((\sin 4)-(-7))$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
5	$\cos(1)-(-7)$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
6	$\frac{1}{4}((\sin 4)-(1))$	DF: falsche Reihe verwendet
7	$\sin(1)-(1)$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
8	$\frac{1}{4}\sin 4$	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
9	$\cos 1$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
10	$\frac{1}{4}\cos 4$	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
11	$\sin 1$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
☒	$\frac{1}{4}((\cos 4)-(1))$	richtig

MV 05	Blatt 03	Kapitel 3.1	Grenzwerte
Keine	Folgen	Nummer: 88 0 2005030008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.7: Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{35+5n}{n+2}$, $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie den Grenzwert a von a_n und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale m (abhängig von ε), für das $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.
Bitte beachten Sie, dass $\lceil x \rceil$ die Zahl $z \in \mathbb{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und z minimal.

Parameter:

$x_1, x_2, x_3 =$ Elemente des Bruches, $x_3 =$ Grenzwert $x_1 \geq 2 \cdot x_2$

Die Folge lautet also: $a_n = \frac{\{x_3 \cdot x_1\} + x_3 n}{n + x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = 5.$

Erklärung:

$$\frac{a(n+b)}{n+c} \quad \rightarrow \quad a \quad \text{der Rest ist Rechnen mit Beträgen}$$

Rechnung:

$$\frac{5n+35}{n+2} \quad = \quad 5 + \frac{5}{n+2}$$

also ist 5 der Grenzwert und es muss gelten $|a_n - a| = |5 + \frac{5}{n+2} - 5| = \frac{5}{n+2} \leq \varepsilon$.

$$\frac{5}{n+2} \leq \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad 5 \leq \varepsilon(n+2) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{5}{\varepsilon} - 2 \leq n$$

Damit ist $\frac{5}{\varepsilon} - 2$ das maximale m, für das die Bedingung $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.

Angebotene Lösungen:

☒ $m = \lceil \frac{5}{\varepsilon} - 2 \rceil$	2 Folge divergiert	3 $m = \lceil \frac{9}{\varepsilon} - 7 \rceil$	4 $m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} \rceil$
5 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} \rceil$	6 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} - 7 \rceil$	7 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{7} \rceil$	8 $m = \lceil \varepsilon \rceil$
9 $m = \lceil \frac{5}{\varepsilon} \rceil$	10 $m = \lceil \frac{5}{\varepsilon} - 7 \rceil$	11 $m = \lceil \frac{9}{\varepsilon} - 2 \rceil$	12 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{2} \rceil$

Fehlerinterpretation:

☒	$m = \lceil \frac{5}{\varepsilon} - 2 \rceil$	richtig
2	Folge divergiert	DF: Lösung geraten
3	$m = \lceil \frac{9}{\varepsilon} - 7 \rceil$	DF: Lösung geraten
4	$m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} \rceil$	DF: Lösung geraten
5	$m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} \rceil$	DF: Lösung geraten
6	$m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} - 7 \rceil$	DF: 7 abgezogen
7	$m = \lceil \frac{\varepsilon}{7} \rceil$	DF: Lösung geraten
8	$m = \lceil \varepsilon \rceil$	DF: Lösung geraten
9	$m = \lceil \frac{5}{\varepsilon} \rceil$	DF: 2 nicht abgezogen
10	$m = \lceil \frac{5}{\varepsilon} - 7 \rceil$	DF: 7 abgezogen
11	$m = \lceil \frac{9}{\varepsilon} - 2 \rceil$	DF: Lösung geraten
12	$m = \lceil \frac{\varepsilon}{2} \rceil$	DF: Lösung geraten

MV 05	Blatt 03	Kapitel 3.1	Grenzwerte
Keine	Folgen	Nummer: 92 0 2005030009	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.8: Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{14(n^2+(-1)^n)}{2n^2+2}$, $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie den Grenzwert a von a_n und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale m (abhängig von ε), für das $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.
Bitte beachten Sie, dass $\lceil x \rceil$ die Zahl $z \in \mathbb{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und z minimal.

Parameter:

$x_1, x_2 =$ Elemente des Bruches, $\frac{14}{2} =$ Grenzwert $x_1 \neq x_2$

Die Folge lautet also: $a_n = \frac{x_1(n^2+(-1)^n)}{x_2 n^2 + x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 14, \quad x_2 = 2$.

Erklärung:

$$\frac{a(n^2+(-1)^n)}{n^2} \quad \to \quad a \quad .$$

Rechnung:

$$\frac{14(n^2+(-1)^n)}{2n^2+2} = \frac{14}{2} \cdot \frac{n^2+(-1)^n}{n^2+1} = 7 \cdot (1 + \frac{(-1)^n - 1}{n^2+1})$$

$$\text{damit ist} \quad a = 7 \ \text{ und } \ |a_n - a| = \left| \frac{14}{2} \cdot \frac{(-1)^n - 1}{n^2+1} \right| = \begin{cases} 7\frac{2}{n^2+1} & \text{für } n \text{ gerade} \\ 0 & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$$

$$7\frac{2}{n^2+1} \leq \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad 14 \leq \varepsilon(n^2+1) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{14}{\varepsilon} - 1 \leq n^2 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{\frac{14}{\varepsilon} - 1} \leq n$$

Sei $k = \lceil \sqrt{\frac{14}{\varepsilon} - 1} \rceil$. Wenn k gerade ist, dann gilt: $k-1$ ist ungerade, dass heißt $|a_{k-1} - a| = 0 < \varepsilon$. Wie findet man also im geraden Fall die nächst kleinere ungerade Zahl, während man im ungeraden Fall konstant bleibt? $2\lceil \frac{x}{2} \rceil - 1$ leistet genau das Gewünschte. Damit ist $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{14}{\varepsilon} - 1}}{2} \rceil - 1$.

Angebotene Lösungen:

1 $m = \lceil \sqrt{\frac{14}{\varepsilon} - 1} \rceil$	2 $m = 2\lceil \frac{\pm\sqrt{\frac{14}{\varepsilon} - 1}}{2} \rceil - 1$	3 $m = 2\lceil (\frac{14}{\varepsilon} - 1)^2 \rceil - 1$	4 $m = 2\lceil (\frac{\pm\frac{14}{\varepsilon} - 1}{2})^2 \rceil - 1$
5 $m = \lceil \sqrt{\varepsilon} - 1 \rceil$	6 $m = 2\lceil (\frac{\frac{14}{\varepsilon} - 1}{2})^2 \rceil - 1$	7 $m = \lceil \varepsilon^2 + 1 \rceil$	8 $m = \lceil \pm \sqrt{\frac{14}{\varepsilon}} \rceil$
9 $m = \lceil \frac{\varepsilon^2+1}{2} \rceil$	☒ $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{14}{\varepsilon} - 1}}{2} \rceil - 1$	11 Folge divergiert	12 $m = \lceil \sqrt{\frac{14}{\varepsilon}} \rceil$

Fehlerinterpretation:

- [ ] 1 $m = \lceil\sqrt{\frac{14}{\varepsilon} - 1}\rceil$ — DF: 'fast richtig', nur gerade und ungerade nicht beachtet
- [ ] 2 $m = 2\lceil\frac{\pm\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}-1}}{2}\rceil - 1$ — DF: $\pm$ ist bei positiven m falsch
- [ ] 3 $m = 2\lceil(\frac{14}{\varepsilon} - 1)^2\rceil - 1$ — DF: Quadratur ist falsch
- [ ] 4 $m = 2\lceil(\frac{\pm\frac{14}{\varepsilon}-1}{2})^2\rceil - 1$ — DF: Quadratur ist falsch
- [ ] 5 $m = \lceil\sqrt{\varepsilon} - 1\rceil$ — DF: Lösung geraten
- [ ] 6 $m = 2\lceil(\frac{\frac{14}{\varepsilon}-1}{2})^2\rceil - 1$ — DF: Quadratur ist falsch
- [ ] 7 $m = \lceil\varepsilon^2 + 1\rceil$ — DF: Lösung geraten
- [ ] 8 $m = \lceil \pm\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}}\rceil$ — DF: Lösung geraten
- [ ] 9 $m = \lceil\frac{\varepsilon^2+1}{2}\rceil$ — DF: Lösung geraten
- [x] $m = 2\lceil\frac{\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}-1}}{2}\rceil - 1$ — richtig
- [ ] 11 Folge divergiert — DF: das $(-1)^n$ verschwindet
- [ ] 12 $m = \lceil\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}}\rceil$ — DF: Lösung geraten

Allgemeine Hinweise:
Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware @yahoo.de).
Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: http: / / www.vorkurs.de.vu