Blatt Nr 13.03

**Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 13**

| | | | |
|---|---|---|---|
| MV 05 | Blatt 04 | Kapitel 3.3 | Reihenwerte |
| Reihen | Folgen | Nummer: 3 0 200504008 | Kl: 14G |
| Grad: 50 Zeit: 30 | Quelle: keine | W | |

**Aufgabe 13.1.1:** Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{4 \cdot (2n)!}$$

**Parameter:**

$x_1$ = Zähler der Reihe $x_1 > 2$
$x_2$ = erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2$
$x_5$ = Faktor im Nenner $x_5 > 1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{(-1)^n x_1^{2n}}{x_5 \cdot (2n)!}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \quad x_2 = 2, \quad x_5 = 4.$

**Erklärung:**

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \quad = \quad \cos x$$

**Rechnung:**

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = \cos x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} = \cos 6$. Der Faktor 4 im Nenner ist unabhängig von $n$, kann also ausgeklammert werden: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{4 \cdot (2n)!} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} = \frac{1}{4} \cos 6$. Die Reihe beginnt bei $i = 2$. Damit muss von dem Wert noch $1 - \frac{6^2}{2}$ abgezogen werden.

$$\frac{1}{4} \cdot \sum_{i=2}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} = \frac{1}{4} \left( (\cos 6) - (-17) \right).$$

**Angebotene Lösungen:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 $\cos(\frac{3}{2}) - (-17)$ | 2 $\frac{1}{4}((\sin 6) - (1))$ | 3 $\frac{1}{4} \cos 6$ | 4 $\frac{1}{4} \sin 6$ |
| 5 $\sin \frac{3}{2}$ | 6 $\sin(\frac{3}{2}) - (-17)$ | 7 $\frac{1}{4}((\sin 6) - (-17))$ | ☒ $\frac{1}{4}((\cos 6) - (-17))$ |
| 9 $\cos(\frac{3}{2}) - (1)$ | 10 Die Reihe divergiert | 11 $\cos \frac{3}{2}$ | 12 $\frac{1}{4}((\cos 6) - (1))$ |

**Fehlerinterpretation:**

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $\cos(\frac{3}{2}) - (-17)$ | DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert |
| 2 | $\frac{1}{4}((\sin 6) - (1))$ | DF: Reihenbeginn falsch beachtet |
| 3 | $\frac{1}{4} \cos 6$ | DF: Reihenbeginn nicht beachtet |
| 4 | $\frac{1}{4} \sin 6$ | DF: Reihenbeginn nicht beachtet |
| 5 | $\sin \frac{3}{2}$ | DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert |
| 6 | $\sin(\frac{3}{2}) - (-17)$ | DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert |
| 7 | $\frac{1}{4}((\sin 6) - (-17))$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| ☒ | $\frac{1}{4}((\cos 6) - (-17))$ | richtig |
| 9 | $\cos(\frac{3}{2}) - (1)$ | DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert |
| 10 | Die Reihe divergiert | DF: Lösung geraten |
| 11 | $\cos \frac{3}{2}$ | DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert |
| 12 | $\frac{1}{4}((\cos 6) - (1))$ | DF: Reihenbeginn falsch beachtet |

| | | | |
|---|---|---|---|
| MV 05 | Blatt 03 | Kapitel 3.1 | Grenzwerte |
| Keine | Folgen | Nummer: 9 0 2005030008 | Kl: 14G |
| Grad: 50 Zeit: 20 | Quelle: keine | W | |

**Aufgabe 13.1.2:** Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{30+3n}{n+4}$, $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie den Grenzwert $a$ von $a_n$ und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale $m$ (abhängig von $\varepsilon$), für das $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.
Bitte beachten Sie, dass $\lceil x \rceil$ die Zahl $z \in \mathbb{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und $z$ minimal.

**Parameter:**

$x_1, x_2, x_3$ = Elemente des Bruches, $x_3$ = Grenzwert $x_1 \geq 2 \cdot x_2$

Die Folge lautet also: $a_n = \frac{\{x_3 \cdot x_1\} + x_3 n}{n + x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 10, \quad x_2 = 4, \quad x_3 = 3.$

**Erklärung:**

$$\frac{a(n+b)}{n+c} \quad \rightarrow \quad a \quad \text{der Rest ist Rechnen mit Beträgen}$$

**Rechnung:**

$$\frac{3n+30}{n+4} \quad = \quad 3 + \frac{6}{n+4}$$

also ist 3 der Grenzwert und es muss gelten $|a_n - a| = |3 + \frac{6}{n+4} - 3| = \frac{6}{n+4} \leq \varepsilon$ .

$$\frac{6}{n+4} \leq \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad 6 \leq \varepsilon(n+4) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{6}{\varepsilon} - 4 \leq n$$

Damit ist $\frac{6}{\varepsilon} - 4$ das maximale $m$, für das die Bedingung $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.

**Angebotene Lösungen:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 $m = \lceil \varepsilon \rceil$ | 2 $m = \lceil \frac{10}{\varepsilon} - 10 \rceil$ | 3 $m = \lceil \frac{10}{\varepsilon} \rceil$ | 4 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} \rceil$ |
| 5 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} - 10 \rceil$ | ☒ $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} - 4 \rceil$ | 7 Folge divergiert | 8 $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} - 10 \rceil$ |
| 9 $m = \lceil \frac{14}{\varepsilon} - 10 \rceil$ | 10 $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} \rceil$ | 11 $m = \lceil \frac{14}{\varepsilon} \rceil$ | 12 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{4} \rceil$ |

**Fehlerinterpretation:**

| | |
|---|---|
| 1 $m = \lceil \varepsilon \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| 2 $m = \lceil \frac{10}{\varepsilon} - 10 \rceil$ | DF: 10 abgezogen |
| 3 $m = \lceil \frac{10}{\varepsilon} \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| 4 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| 5 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} - 10 \rceil$ | DF: 10 abgezogen |
| ☒ $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} - 4 \rceil$ | richtig |
| 7 Folge divergiert | DF: Lösung geraten |
| 8 $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} - 10 \rceil$ | DF: 10 abgezogen |
| 9 $m = \lceil \frac{14}{\varepsilon} - 10 \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| 10 $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} \rceil$ | DF: 4 nicht abgezogen |
| 11 $m = \lceil \frac{14}{\varepsilon} \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| 12 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{4} \rceil$ | DF: Lösung geraten |

| | | | |
|---|---|---|---|
| MV 05 | Blatt 04 | Kapitel 3.3 | Reihenwerte |
| Reihen | Folgen | Nummer: 42 0 200504009 | Kl: 14G |
| Grad: 50 Zeit: 30 | Quelle: keine | W | |

**Aufgabe 13.1.3:** Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-49)^n}{(2n)!}$$

**Parameter:**

$x_1$ = Zähler der Reihe – $x_1 > 1$ – $x_2 := x_1^2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x_1 \cdot x_1)^n}{(2n)!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7$, $\quad x_2 = 49$.

**Erklärung:**

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \quad = \quad \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} \quad = \quad \cos x$$

**Rechnung:**

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} = \cos x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-49)^n}{(2n)!} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 7^{2n}}{(2n)!} = \cos 7$.

**Angebotene Lösungen:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 $-e^{49}$ | 2 $e^{49}$ | 3 $\sin 49$ | 4 $-\sin 7$ |
| ☒ $\cos 7$ | 6 $\ln 49$ | 7 $\cos 49$ | 8 $-\ln 7$ |
| 9 Die Reihe divergiert | 10 $-\ln 49$ | 11 $\sin 7$ | 12 $-\cos 49$ |

**Fehlerinterpretation:**

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $-e^{49}$ | DF: Quadrat nicht beachtet |
| 2 | $e^{49}$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| 3 | $\sin 49$ | DF: Quadrat nicht beachtet |
| 4 | $-\sin 7$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| ☒ | $\cos 7$ | richtig |
| 6 | $\ln 49$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| 7 | $\cos 49$ | DF: Quadrat nicht beachtet |
| 8 | $-\ln 7$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| 9 | Die Reihe divergiert | DF: Lösung geraten |
| 10 | $-\ln 49$ | DF: Quadrat nicht beachtet |
| 11 | $\sin 7$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| 12 | $-\cos 49$ | DF: Quadrat nicht beachtet |

| | | | |
|---|---|---|---|
| MV 05 | Blatt 04 | Kapitel 3.3 | Reihenwerte |
| Reihen | Folgen | Nummer: 61 0 200504007 | Kl: 14G |
| Grad: 50 Zeit: 30 | Quelle: keine | W | |

**Aufgabe 13.1.4:** Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{7^n}{n!}$$

**Parameter:**

$x_1$ = Zähler der Reihe $x_1 > 2$
$x_2$ = erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2, 3$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{x_1^n}{n!}$ .

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7 \quad x_2 = 2$.

**Erklärung:**

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad = \quad e^x$$

**Rechnung:**

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{7^n}{n!} = e^7$. Die Reihe beginnt bei $i = 2$. Damit muss vom Ergebnis noch $1 + 7$ abgezogen werden. Damit ist

$$\sum_{i=2}^{\infty} \frac{7^n}{n!} = e^7 - 8$$

**Angebotene Lösungen:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 $\ln(7)$ | 2 $\cos(7) - 1$ | 3 $\frac{1}{1-7}$ | 4 $e^7 + 8$ |
| 5 $e^7 - 32.5$ | 6 Die Reihe divergiert | 7 $e^7 + 32.5$ | 8 $\sin(7) + 1$ |
| 9 $e^7 - 1$ | ☒ $e^7 - 8$ | 11 $e^7$ | 12 $7^2$ |

**Fehlerinterpretation:**

| | |
|---|---|
| 1 $\ln(7)$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| 2 $\cos(7) - 1$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| 3 $\frac{1}{1-7}$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| 4 $e^7 + 8$ | DF: Addiert statt subtrahiert |
| 5 $e^7 - 32.5$ | DF: Reihenbeginn falsch beachtet |
| 6 Die Reihe divergiert | DF: Lösung geraten |
| 7 $e^7 + 32.5$ | DF: Addiert statt subtrahiert |
| 8 $\sin(7) + 1$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| 9 $e^7 - 1$ | DF: Reihenbeginn falsch beachtet |
| ☒ $e^7 - 8$ | richtig |
| 11 $e^7$ | DF: Reihenbeginn nicht beachtet |
| 12 $7^2$ | DF: Lösung geraten |

| | | | |
|---|---|---|---|
| MV 05 | Blatt 03 | Kapitel 3.1 | Grenzwerte |
| Keine | Folgen | Nummer: 73 0 2005030009 | Kl: 14G |
| Grad: 50 Zeit: 20 | Quelle: keine | W | |

**Aufgabe 13.1.5:** Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{16(n^2+(-1)^n)}{4n^2+4}$, $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie den Grenzwert $a$ von $a_n$ und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale $m$ (abhängig von $\varepsilon$), für das $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.
Bitte beachten Sie, dass $\lceil x \rceil$ die Zahl $z \in \mathbb{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und $z$ minimal.

**Parameter:**

$x_1, x_2 =$ Elemente des Bruches, $\frac{16}{4} =$ Grenzwert $x_1 \neq x_2$

Die Folge lautet also: $a_n = \frac{x_1(n^2+(-1)^n)}{x_2 n^2 + x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 16, \quad x_2 = 4$.

**Erklärung:**

$$\frac{a(n^2 + (-1)^n)}{n^2} \to a \quad .$$

**Rechnung:**

$$\frac{16(n^2 + (-1)^n)}{4n^2 + 4} = \frac{16}{4} \cdot \frac{n^2 + (-1)^n}{n^2 + 1} = 4 \cdot (1 + \frac{(-1)^n - 1}{n^2 + 1})$$

$$\text{damit ist} \quad a = 4 \text{ und } |a_n - a| = \left| \frac{16}{4} \cdot \frac{(-1)^n - 1}{n^2 + 1} \right| = \begin{cases} 4\frac{2}{n^2+1} & \text{für } n \text{ gerade} \\ 0 & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$$

$$4\frac{2}{n^2 + 1} \leq \varepsilon \Leftrightarrow 8 \leq \varepsilon(n^2 + 1) \Leftrightarrow \frac{8}{\varepsilon} - 1 \leq n^2 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{8}{\varepsilon} - 1} \leq n$$

Sei $k = \lceil \sqrt{\frac{8}{\varepsilon} - 1} \rceil$. Wenn $k$ gerade ist, dann gilt: $k-1$ ist ungerade, dass heißt $|a_{k-1} - a| = 0 < \varepsilon$. Wie findet man also im geraden Fall die nächst kleinere ungerade Zahl, während man im ungeraden Fall konstant bleibt? $2\lceil \frac{x}{2} \rceil - 1$ leistet genau das Gewünschte. Damit ist $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$.

**Angebotene Lösungen:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| ☒ $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$ | 2 $m = \lceil \sqrt{\frac{8}{\varepsilon}} \rceil$ | 3 Folge divergiert | 4 $m = \lceil \sqrt{\varepsilon} - 1 \rceil$ |
| 5 $m = \lceil \pm \sqrt{\frac{8}{\varepsilon}} \rceil$ | 6 $m = \lceil \frac{\varepsilon^2+1}{2} \rceil$ | 7 $m = 2\lceil (\frac{\pm\frac{8}{\varepsilon}-1}{2})^2 \rceil - 1$ | 8 $m = \lceil \varepsilon^2 + 1 \rceil$ |
| 9 $m = \lceil \sqrt{\frac{8}{\varepsilon} - 1} \rceil$ | 10 $m = 2\lceil \frac{\pm\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$ | 11 $m = \lceil \pm \sqrt{\frac{8}{\varepsilon} - 1} \rceil$ | 12 $m = 2\lceil (\frac{\frac{8}{\varepsilon}-1}{2})^2 \rceil - 1$ |

**Fehlerinterpretation:**

| | |
|---|---|
| ☒ $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$ | richtig |
| 2 $m = \lceil \sqrt{\frac{8}{\varepsilon}} \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| 3 Folge divergiert | DF: das $(-1)^n$ verschwindet |
| 4 $m = \lceil \sqrt{\varepsilon} - 1 \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| 5 $m = \lceil \pm \sqrt{\frac{8}{\varepsilon}} \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| 6 $m = \lceil \frac{\varepsilon^2+1}{2} \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| 7 $m = 2\lceil (\frac{\pm\frac{8}{\varepsilon}-1}{2})^2 \rceil - 1$ | DF: Quadratur ist falsch |
| 8 $m = \lceil \varepsilon^2 + 1 \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| 9 $m = \lceil \sqrt{\frac{8}{\varepsilon} - 1} \rceil$ | DF: 'fast richtig', nur gerade und ungerade nicht beachtet |
| 10 $m = 2\lceil \frac{\pm\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$ | DF: $\pm$ ist bei positiven $m$ falsch |
| 11 $m = \lceil \pm \sqrt{\frac{8}{\varepsilon} - 1} \rceil$ | DF: $\pm$ ist bei positiven $m$ falsch |
| 12 $m = 2\lceil (\frac{\frac{8}{\varepsilon}-1}{2})^2 \rceil - 1$ | DF: Quadratur ist falsch |

| | | | |
|---|---|---|---|
| MV 05 | Blatt 04 | Kapitel 3.3 | Reihenwerte |
| Reihen | Folgen | Nummer: 78 0 200504011 | Kl: 14G |
| Grad: 50 Zeit: 30 | Quelle: keine | W | |

**Aufgabe 13.1.6:** Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{8 \cdot (-1)^n \cdot 6^{2n}}{(2n+1)!}$$

**Parameter:**

$x_1$ = Basis im Zähler der Reihe $x_1 > 1$
$x_2$ = Faktor im Zähler der Reihe $x_2 > x_1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x_2 \cdot (-1)^n \cdot (x_1)^{2n}}{(2n+1)!}$ .

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \quad x_2 = 8$.

**Erklärung:**

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R}$$

**Rechnung:**

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x = x \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!},$$

wenn man $x$ (unabhängig von $n$) ausklammert. Also ist

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} = \frac{\sin x}{x} \quad \text{und} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8 \cdot (-1)^n \cdot 6^{2n}}{(2n+1)!} = \frac{8}{6} \sin 6.$$

**Angebotene Lösungen:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 $(2n+2) \cdot \cos 48$ | 2 Die Reihe divergiert | 3 $48 \sin 6$ | 4 $(2n+2) \cdot 8 \cdot \sin 6$ |
| ☒ $\frac{4}{3} \sin 6$ | 6 $\sin 48$ | 7 $\frac{\cos 48}{2n+1}$ | 8 $\frac{4}{3} \cos 6$ |
| 9 $\frac{8 \cos 6}{2n+1}$ | 10 $48 \cos 6$ | 11 $8 \cos 6$ | 12 $\cos 48$ |

**Fehlerinterpretation:**

| | |
|---|---|
| 1 $(2n+2) \cdot \cos 48$ | DF: $n$ ist Summationsindex |
| 2 Die Reihe divergiert | DF: Lösung geraten |
| 3 $48 \sin 6$ | DF: $x$ nicht ausgeklammert |
| 4 $(2n+2) \cdot 8 \cdot \sin 6$ | DF: $n$ ist Summationsindex |
| ☒ $\frac{4}{3} \sin 6$ | richtig |
| 6 $\sin 48$ | DF: 8 nicht ausgeklammert |
| 7 $\frac{\cos 48}{2n+1}$ | DF: $n$ ist Summationsindex |
| 8 $\frac{4}{3} \cos 6$ | DF: falsche Reihe |
| 9 $\frac{8 \cos 6}{2n+1}$ | DF: $n$ ist Summationsindex |
| 10 $48 \cos 6$ | DF: $x$ nicht ausgeklammert |
| 11 $8 \cos 6$ | DF: falsche Reihe |
| 12 $\cos 48$ | DF: falsche Reihe |

| | | | |
|---|---|---|---|
| MV 05 | Blatt 04 | Kapitel 3.3 | Reihenwerte |
| Reihen | Folgen | Nummer: 81 0 200504010 | Kl: 14G |
| Grad: 50 Zeit: 30 | Quelle: keine | W | |

**Aufgabe 13.1.7:** Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n}$$

**Parameter:**

$x_1$ = erstes Glied der Reihe $x_1 = 1, 2$
$x_2$ = Zähler der Reihe $x_2 > 2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=x_1}^{\infty} \frac{x_2^n}{n}$ .

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2 \quad x_2 = 3$.

**Erklärung:**

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n} = -\ln(1-x) \quad \text{für } x \in [-1, 1)$$

**Rechnung:**

$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-3)^n}{n}$ divergiert, weil die Summanden nicht gegen 0 gehen. Die Reihe $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ konvergiert nur für $x \in [-1, 1)$.

**Angebotene Lösungen:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 $\ln(-2) - 1.5$ | 2 $-\ln(-2)$ | ☒ Die Reihe divergiert | 4 $\ln(-2) + 3$ |
| 5 $-\ln(-2) - 1.5$ | 6 $\frac{1}{1-3}$ | 7 $-\ln(4) - 1.5$ | 8 $\frac{1}{1-3} + 3$ |
| 9 $e^3$ | 10 $\ln(4)$ | 11 $-\ln(4)$ | 12 $\ln(4) + 3$ |

**Fehlerinterpretation:**

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $\ln(-2) - 1.5$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| 2 | $-\ln(-2)$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| ☒ | Die Reihe divergiert | richtig |
| 4 | $\ln(-2) + 3$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| 5 | $-\ln(-2) - 1.5$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| 6 | $\frac{1}{1-3}$ | DF: Falsche Reihe verwendet |
| 7 | $-\ln(4) - 1.5$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| 8 | $\frac{1}{1-3} + 3$ | DF: Falsche Reihe verwendet |
| 9 | $e^3$ | DF: Falsche Reihe verwendet |
| 10 | $\ln(4)$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| 11 | $-\ln(4)$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| 12 | $\ln(4) + 3$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |

| | | | |
|---|---|---|---|
| MV 05 | Blatt 01 | Kapitel 2.2 | Summen |
| geometrische | Grundlagen | Nummer: 86 0 2005010008 | Kl: 14G |
| Grad: 50 Zeit: 20 | Quelle: keine | W | |

**Aufgabe 13.1.8:** Berechnen Sie $\sum_{k=0}^{n} \frac{6^{k+3}}{4^{k-2}}$ für $n \in \mathbb{N}$.

**Parameter:**

$x_1$ = Basis des Zählers $x_1 > 1$
$x_2$ = Basis des Nenners $x_1 > x_2 > 1$
$x_3$ = Summand im Zähler $x_3 > 0$
$x_4$ = Subtrahend im Nenner $x_4 > 0$

Die Summe lautet also: $\sum_{k=0}^{n} \frac{(x_1)^{k+x_3}}{(x_2)^{k-x_4}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6, \quad x_2 = 4, \quad x_3 = 3, \quad x_4 = 2.$

**Erklärung:**

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{p^k}{q^k} \quad = \quad \frac{1 - (\frac{p}{q})^{k+1}}{1 - \frac{p}{q}} \qquad .$$

**Rechnung:**

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{6^{k+3}}{4^{k-2}} \quad = \quad \frac{6^3}{4^{-2}} \cdot \sum_{k=0}^{n} \frac{6^k}{4^k} \quad = \quad 6^3 \cdot 4^2 \cdot \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{6}{4}\right)^k \quad = \quad 3456 \cdot \frac{1 - (\frac{6}{4})^{n+1}}{1 - \frac{6}{4}}$$

**Angebotene Lösungen:**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{27}{2} \cdot \frac{1-(\frac{6}{4})^{n+1}}{1-\frac{6}{4}}$ | 2 | $3456 \cdot (1 + \frac{6}{4})^{n+1}$ | 3 | $3456 \cdot \frac{\frac{6}{4}^2 + \frac{6}{4}}{2}$ | 4 | $\frac{27}{2} \cdot (\frac{6}{4})^{n+1}$ |
| ☒ | $3456 \cdot \frac{1-(\frac{6}{4})^{n+1}}{1-\frac{6}{4}}$ | 6 | $\frac{1-(\frac{6}{4})^{n+1}}{1-\frac{6}{4}}$ | 7 | $(\frac{6}{4})^{n+1}$ | 8 | $\frac{27}{2} \cdot (1 + \frac{6}{4})^{n+1}$ |
| 9 | $3456 \cdot (\frac{6}{4})^{n+1}$ | 10 | $\frac{\frac{6}{4}^2 + \frac{6}{4}}{2}$ | 11 | $(1 + \frac{6}{4})^{n+1}$ | 12 | $\frac{6^4}{4^3}$ |

**Fehlerinterpretation:**

| | | |
|---|---|---|
| 1 | $\frac{27}{2} \cdot \frac{1-(\frac{6}{4})^{n+1}}{1-\frac{6}{4}}$ | DF: Falsch ausgeklammert |
| 2 | $3456 \cdot (1+\frac{6}{4})^{n+1}$ | DF: Dies ist nicht die Binomische Formel |
| 3 | $3456 \cdot \frac{\frac{6}{4}^2+\frac{6}{4}}{2}$ | DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen |
| 4 | $\frac{27}{2} \cdot (\frac{6}{4})^{n+1}$ | DF: Lösung geraten |
| ☒ | $3456 \cdot \frac{1-(\frac{6}{4})^{n+1}}{1-\frac{6}{4}}$ | richtig |
| 6 | $\frac{1-(\frac{6}{4})^{n+1}}{1-\frac{6}{4}}$ | DF: Ausklammern vergessen |
| 7 | $(\frac{6}{4})^{n+1}$ | DF: Lösung geraten |
| 8 | $\frac{27}{2} \cdot (1+\frac{6}{4})^{n+1}$ | DF: Dies ist nicht die Binomische Formel |
| 9 | $3456 \cdot (\frac{6}{4})^{n+1}$ | DF: Lösung geraten |
| 10 | $\frac{\frac{6}{4}^2+\frac{6}{4}}{2}$ | DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen |
| 11 | $(1+\frac{6}{4})^{n+1}$ | DF: Dies ist nicht die Binomische Formel |
| 12 | $\frac{6^4}{4^3}$ | DF: Summand angegeben |

**Allgemeine Hinweise:**
Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware @yahoo.de ).
Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: http: / / www.vorkurs.de.vu