Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 13

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 3 0 200504007	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.1: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

Parameter:

$x_1 =$ Zähler der Reihe $x_1 > 2$
$x_2 =$ erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2, 3$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{x_1^n}{n!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5 \quad x_2 = 1$.

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad = \quad e^x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad = \quad e^x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{5^n}{n!} \quad = \quad e^5$. Die Reihe beginnt bei $i = 1$. Damit muss vom Ergebnis noch 1 abgezogen werden. Damit ist

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!} \quad = \quad e^5 - 1$$

Angebotene Lösungen:

1 $\sin(5) - 1$	2 $e^5 + 6$	3 $\frac{1}{1-5} + 6$	4 Die Reihe divergiert
5 $e^5 - 18.5$	6 $\cos(5) - 18.5$	☒ $e^5 - 1$	8 $\frac{1}{1-5}$
9 $\cos(5) + 1$	10 $\ln(5)$	11 $e^5 + 1$	12 e^5

Fehlerinterpretation:

1	$\sin(5) - 1$	DF: falsche Reihe verwendet
2	$e^5 + 6$	DF: Addiert statt subtrahiert
3	$\frac{1}{1-5} + 6$	DF: falsche Reihe verwendet
4	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
5	$e^5 - 18.5$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
6	$\cos(5) - 18.5$	DF: falsche Reihe verwendet
☒	$e^5 - 1$	richtig
8	$\frac{1}{1-5}$	DF: falsche Reihe verwendet
9	$\cos(5) + 1$	DF: falsche Reihe verwendet
10	$\ln(5)$	DF: falsche Reihe verwendet
11	$e^5 + 1$	DF: Addiert statt subtrahiert
12	e^5	DF: Reihenbeginn nicht beachtet

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 15 0 200504011	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.2: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{9 \cdot (-1)^n \cdot 6^{2n}}{(2n+1)!}$$

Parameter:

x_1 = Basis im Zähler der Reihe $x_1 > 1$
x_2 = Faktor im Zähler der Reihe $x_2 > x_1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x_2 \cdot (-1)^n \cdot (x_1)^{2n}}{(2n+1)!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \quad x_2 = 9$.

Erklärung:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R}$$

Rechnung:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x = x \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!},$$

wenn man x (unabhängig von n) ausklammert. Also ist

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} = \frac{\sin x}{x} \quad \text{und} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{9 \cdot (-1)^n \cdot 6^{2n}}{(2n+1)!} = \frac{9}{6} \sin 6.$$

Angebotene Lösungen:

☐1 $\frac{3}{2} \cos 6$	☐2 Die Reihe divergiert	☒ $\frac{3}{2} \sin 6$	☐4 $9 \sin 6$
☐5 $(2n+2) \cdot 9 \cdot \sin 6$	☐6 $(2n+2) \cdot \cos 54$	☐7 $54 \cos 6$	☐8 $(2n+2) \cdot 9 \cdot \cos 6$
☐9 $\frac{\cos 54}{2n+1}$	☐10 $\frac{9 \cos 6}{2n+1}$	☐11 $9 \cos 6$	☐12 $\cos 54$

Fehlerinterpretation:

☐1	$\frac{3}{2} \cos 6$	DF: falsche Reihe
☐2	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
☒	$\frac{3}{2} \sin 6$	richtig
☐4	$9 \sin 6$	DF: x nicht ausgeklammert
☐5	$(2n+2) \cdot 9 \cdot \sin 6$	DF: n ist Summationsindex
☐6	$(2n+2) \cdot \cos 54$	DF: n ist Summationsindex
☐7	$54 \cos 6$	DF: x nicht ausgeklammert
☐8	$(2n+2) \cdot 9 \cdot \cos 6$	DF: n ist Summationsindex
☐9	$\frac{\cos 54}{2n+1}$	DF: n ist Summationsindex
☐10	$\frac{9 \cos 6}{2n+1}$	DF: n ist Summationsindex
☐11	$9 \cos 6$	DF: falsche Reihe
☐12	$\cos 54$	DF: falsche Reihe

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 23 0 200504010	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.3: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{n}$$

Parameter:

x_1 = erstes Glied der Reihe $x_1 = 1, 2$
x_2 = Zähler der Reihe $x_2 > 2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=x_1}^{\infty} \frac{x_2^n}{n}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1 \quad x_2 = 5$.

Erklärung:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \quad = \quad -\ln(1-x) \quad \text{für } x \in [-1, 1)$$

Rechnung:

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{n}$ divergiert, weil die Summanden nicht gegen 0 gehen. Die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ konvergiert nur für $x \in [-1, 1)$.

Angebotene Lösungen:

[1] $e^5 + 5$	[2] $\ln(-4)$	[3] $\ln(6)$	[4] $-\ln(-4) - 7.5$
[5] $-\ln(6) - 7.5$	[6] $-\ln(6) + 5$	[7] $-\ln(6)$	[8] $\ln(6) - 7.5$
[9] $-\ln(-4)$	[10] $\frac{1}{1-5}$	[11] $\frac{1}{1-5} + 5$	[X] Die Reihe divergiert

Fehlerinterpretation:

[1]	$e^5 + 5$	DF: Falsche Reihe verwendet
[2]	$\ln(-4)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
[3]	$\ln(6)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
[4]	$-\ln(-4) - 7.5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
[5]	$-\ln(6) - 7.5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
[6]	$-\ln(6) + 5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
[7]	$-\ln(6)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
[8]	$\ln(6) - 7.5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
[9]	$-\ln(-4)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
[10]	$\frac{1}{1-5}$	DF: Falsche Reihe verwendet
[11]	$\frac{1}{1-5} + 5$	DF: Falsche Reihe verwendet
[X]	Die Reihe divergiert	richtig

MV 05	Blatt 01	Kapitel 2.2	Summen
geometrische	Grundlagen	Nummer: 38 0 2005010008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.4: Berechnen Sie $\sum_{k=0}^{n} \frac{6^{k+2}}{4^{k-2}}$ für $n \in \mathbb{N}$.

Parameter:

x_1 = Basis des Zählers $x_1 > 1$
x_2 = Basis des Nenners $x_1 > x_2 > 1$
x_3 = Summand im Zähler $x_3 > 0$
x_4 = Subtrahend im Nenner $x_4 > 0$

Die Summe lautet also: $\sum_{k=0}^{n} \frac{(x_1)^{k+x_3}}{(x_2)^{k-x_4}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6, \quad x_2 = 4, \quad x_3 = 2, \quad x_4 = 2.$

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{p^k}{q^k} = \frac{1-(\frac{p}{q})^{k+1}}{1-\frac{p}{q}} \quad .$$

Rechnung:

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{6^{k+2}}{4^{k-2}} = \frac{6^2}{4^{-2}} \cdot \sum_{k=0}^{n} \frac{6^k}{4^k} = 6^2 \cdot 4^2 \cdot \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{6}{4}\right)^k = 576 \cdot \frac{1-(\frac{6}{4})^{n+1}}{1-\frac{6}{4}}$$

Angebotene Lösungen:

☐1 $\frac{9}{4} \cdot (1+\frac{6}{4})^{n+1}$	☐2 $\frac{9}{4} \cdot (\frac{6}{4})^{n+1}$	☐3 $\frac{6^3}{4^3}$	☐4 $576 \cdot (\frac{6}{4})^{n+1}$
☒ $576 \cdot \frac{1-(\frac{6}{4})^{n+1}}{1-\frac{6}{4}}$	☐6 $(1+\frac{6}{4})^{n+1}$	☐7 $576 \cdot \frac{\frac{6}{4}^2+\frac{6}{4}}{2}$	☐8 $576 \cdot (1+\frac{6}{4})^{n+1}$
☐9 $\frac{9}{4} \cdot \frac{\frac{6}{4}^2+\frac{6}{4}}{2}$	☐10 $(\frac{6}{4})^{n+1}$	☐11 $\frac{9}{4} \cdot \frac{1-(\frac{6}{4})^{n+1}}{1-\frac{6}{4}}$	☐12 $\frac{\frac{6}{4}^2+\frac{6}{4}}{2}$

Fehlerinterpretation:

☐1 $\frac{9}{4} \cdot (1+\frac{6}{4})^{n+1}$	DF: Dies ist nicht die Binomische Formel
☐2 $\frac{9}{4} \cdot (\frac{6}{4})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
☐3 $\frac{6^3}{4^3}$	DF: Summand angegeben
☐4 $576 \cdot (\frac{6}{4})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
☒ $576 \cdot \frac{1-(\frac{6}{4})^{n+1}}{1-\frac{6}{4}}$	richtig
☐6 $(1+\frac{6}{4})^{n+1}$	DF: Dies ist nicht die Binomische Formel
☐7 $576 \cdot \frac{\frac{6}{4}^2+\frac{6}{4}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
☐8 $576 \cdot (1+\frac{6}{4})^{n+1}$	DF: Dies ist nicht die Binomische Formel
☐9 $\frac{9}{4} \cdot \frac{\frac{6}{4}^2+\frac{6}{4}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
☐10 $(\frac{6}{4})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
☐11 $\frac{9}{4} \cdot \frac{1-(\frac{6}{4})^{n+1}}{1-\frac{6}{4}}$	DF: Falsch ausgeklammert
☐12 $\frac{\frac{6}{4}^2+\frac{6}{4}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 39 0 200504009	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.5: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-49)^n}{(2n)!}$$

Parameter:

$x_1 =$ Zähler der Reihe $- \; x_1 > 1 \; - \; x_2 := x_1^2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x_1 \cdot x_1)^n}{(2n)!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7, \quad x_2 = 49.$

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} = \cos x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} = \cos x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-49)^n}{(2n)!} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 7^{2n}}{(2n)!} = \cos 7$.

Angebotene Lösungen:

1 $-e^7$	2 $-\cos 49$	3 e^{49}	4 $-e^{49}$
5 e^{-7}	6 $\sin 7$	7 $-\sin 49$	8 Die Reihe divergiert
☒ $\cos 7$	10 e^{-49}	11 $\ln 49$	12 $-\ln 49$

Fehlerinterpretation:

1	$-e^7$	DF: falsche Reihe verwendet
2	$-\cos 49$	DF: Quadrat nicht beachtet
3	e^{49}	DF: falsche Reihe verwendet
4	$-e^{49}$	DF: Quadrat nicht beachtet
5	e^{-7}	DF: falsche Reihe verwendet
6	$\sin 7$	DF: falsche Reihe verwendet
7	$-\sin 49$	DF: Quadrat nicht beachtet
8	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
☒	$\cos 7$	richtig
10	e^{-49}	DF: Quadrat nicht beachtet
11	$\ln 49$	DF: falsche Reihe verwendet
12	$-\ln 49$	DF: Quadrat nicht beachtet

MV 05	Blatt 03	Kapitel 3.1	Grenzwerte
Keine	Folgen	Nummer: 55 0 2005030009	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.6: Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{12(n^2+(-1)^n)}{2n^2+2}$, $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie den Grenzwert a von a_n und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale m (abhängig von ε), für das $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.
Bitte beachten Sie, dass $\lceil x \rceil$ die Zahl $z \in \mathbb{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und z minimal.

Parameter:

$x_1, x_2 =$ Elemente des Bruches, $\frac{12}{2} =$ Grenzwert $x_1 \neq x_2$

Die Folge lautet also: $a_n = \frac{x_1(n^2+(-1)^n)}{x_2 n^2 + x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 12, \quad x_2 = 2$.

Erklärung:

$$\frac{a(n^2+(-1)^n)}{n^2} \quad \to \quad a \quad .$$

Rechnung:

$$\frac{12(n^2+(-1)^n)}{2n^2+2} = \frac{12}{2} \cdot \frac{n^2+(-1)^n}{n^2+1} = 6 \cdot (1 + \frac{(-1)^n - 1}{n^2+1})$$

$$\text{damit ist} \quad a = 6 \text{ und } |a_n - a| = \left| \frac{12}{2} \cdot \frac{(-1)^n - 1}{n^2+1} \right| = \begin{cases} 6\frac{2}{n^2+1} & \text{für } n \text{ gerade} \\ 0 & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$$

$$6\frac{2}{n^2+1} \leq \varepsilon \Leftrightarrow 12 \leq \varepsilon(n^2+1) \Leftrightarrow \frac{12}{\varepsilon} - 1 \leq n^2 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{12}{\varepsilon} - 1} \leq n$$

Sei $k = \lceil \sqrt{\frac{12}{\varepsilon} - 1} \rceil$. Wenn k gerade ist, dann gilt: $k-1$ ist ungerade, dass heißt $|a_{k-1} - a| = 0 < \varepsilon$. Wie findet man also im geraden Fall die nächst kleinere ungerade Zahl, während man im ungeraden Fall konstant bleibt? $2\lceil \frac{x}{2} \rceil - 1$ leistet genau das Gewünschte. Damit ist $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{12}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$.

Angebotene Lösungen:

1 $m = 2\lceil \frac{\pm\sqrt{\frac{12}{\varepsilon}-1}}{2}\rceil - 1$	2 $m = \lceil \sqrt{\frac{12}{\varepsilon}-1}\rceil$	3 $m = \lceil\sqrt{\varepsilon}-1\rceil$	☒ $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{12}{\varepsilon}-1}}{2}\rceil - 1$
5 $m = 2\lceil (\frac{\pm\frac{12}{\varepsilon}-1}{2})^2\rceil - 1$	6 $m = 2\lceil(\frac{12}{\varepsilon}-1)^2\rceil - 1$	7 $m = 2\lceil(\frac{\frac{12}{\varepsilon}-1}{2})^2\rceil - 1$	8 $m = \lceil\varepsilon^2+1\rceil$
9 $m = \lceil\pm\sqrt{\frac{12}{\varepsilon}}\rceil$	10 $m = \lceil\pm\sqrt{\frac{12}{\varepsilon}-1}\rceil$	11 $m = \lceil\sqrt{\frac{12}{\varepsilon}}\rceil$	12 $m = 2\lceil(\pm\frac{12}{\varepsilon}-1)^2\rceil - 1$

Fehlerinterpretation:

1 $m = 2\lceil \frac{\pm\sqrt{\frac{12}{\varepsilon}-1}}{2}\rceil - 1$	DF: $\pm$ ist bei positiven m falsch
2 $m = \lceil \sqrt{\frac{12}{\varepsilon}-1}\rceil$	DF: 'fast richtig' nur gerade und ungerade nicht beachtet
3 $m = \lceil\sqrt{\varepsilon}-1\rceil$	DF: Lösung geraten
☒ $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{12}{\varepsilon}-1}}{2}\rceil - 1$	richtig
5 $m = 2\lceil (\frac{\pm\frac{12}{\varepsilon}-1}{2})^2\rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch
6 $m = 2\lceil(\frac{12}{\varepsilon}-1)^2\rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch
7 $m = 2\lceil(\frac{\frac{12}{\varepsilon}-1}{2})^2\rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch
8 $m = \lceil\varepsilon^2+1\rceil$	DF: Lösung geraten
9 $m = \lceil\pm\sqrt{\frac{12}{\varepsilon}}\rceil$	DF: Lösung geraten
10 $m = \lceil\pm\sqrt{\frac{12}{\varepsilon}-1}\rceil$	DF: $\pm$ ist bei positiven m falsch
11 $m = \lceil\sqrt{\frac{12}{\varepsilon}}\rceil$	DF: Lösung geraten
12 $m = 2\lceil(\pm\frac{12}{\varepsilon}-1)^2\rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch

MV 05	Blatt 03	Kapitel 3.1	Grenzwerte
Keine	Folgen	Nummer: 57 0 2005030008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.7: Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{40+5n}{n+3}$, $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie den Grenzwert a von a_n und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale m (abhängig von ε), für das $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.
Bitte beachten Sie, dass $\lceil x\rceil$ die Zahl $z \in \mathbb{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und z minimal.

Parameter:

x_1, x_2, x_3 = Elemente des Bruches, x_3 = Grenzwert $x_1 \geq 2 \cdot x_2$

Die Folge lautet also: $a_n = \frac{\{x_3 \cdot x_1\}+x_3 n}{n+x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 8, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 5.$

Erklärung:

$$\frac{a(n+b)}{n+c} \quad \rightarrow \quad a \quad \text{der Rest ist Rechnen mit Beträgen}$$

Rechnung:

$$\frac{5n+40}{n+3} \quad = \quad 5 + \frac{5}{n+3}$$

also ist 5 der Grenzwert und es muss gelten $|a_n - a| = |5 + \frac{5}{n+3} - 5| = \frac{5}{n+3} \leq \varepsilon$.

$$\frac{5}{n+3} \leq \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad 5 \leq \varepsilon(n+3) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{5}{\varepsilon} - 3 \leq n$$

Damit ist $\frac{5}{\varepsilon} - 3$ das maximale m, für das die Bedingung $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.

Angebotene Lösungen:

☒ $m = \lceil \frac{5}{\varepsilon} - 3 \rceil$	2 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{8} \rceil$	3 Folge divergiert	4 $m = \lceil \frac{5}{\varepsilon} \rceil$
5 $m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} \rceil$	6 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{3} \rceil$	7 $m = \lceil \frac{8}{\varepsilon} - 8 \rceil$	8 $m = \lceil \varepsilon \rceil$
9 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} \rceil$	10 $m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} - 8 \rceil$	11 $m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} - 3 \rceil$	12 $m = \lceil \frac{8}{\varepsilon} \rceil$

Fehlerinterpretation:

☒ $m = \lceil \frac{5}{\varepsilon} - 3 \rceil$	richtig
2 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{8} \rceil$	DF: Lösung geraten
3 Folge divergiert	DF: Lösung geraten
4 $m = \lceil \frac{5}{\varepsilon} \rceil$	DF: 3 nicht abgezogen
5 $m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} \rceil$	DF: Lösung geraten
6 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{3} \rceil$	DF: Lösung geraten
7 $m = \lceil \frac{8}{\varepsilon} - 8 \rceil$	DF: 8 abgezogen
8 $m = \lceil \varepsilon \rceil$	DF: Lösung geraten
9 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} \rceil$	DF: Lösung geraten
10 $m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} - 8 \rceil$	DF: Lösung geraten
11 $m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} - 3 \rceil$	DF: Lösung geraten
12 $m = \lceil \frac{8}{\varepsilon} \rceil$	DF: Lösung geraten

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 107 0 200504008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.8: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{4 \cdot (2n)!}$$

Parameter:

x_1 = Zähler der Reihe $x_1 > 2$
x_2 = erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2$
x_5 = Faktor im Nenner $x_5 > 1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{(-1)^n x_1^{2n}}{x_5 \cdot (2n)!}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \quad x_2 = 2, \quad x_5 = 4.$

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \quad = \quad \cos x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = \cos x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} = \cos 6$. Der Faktor 4 im Nenner ist unabhängig von n, kann also ausgeklammert werden: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{4 \cdot (2n)!} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} = \frac{1}{4} \cos 6$. Die Reihe beginnt bei $i = 2$. Damit muss von dem Wert noch $1 - \frac{6^2}{2}$ abgezogen werden.

$$\frac{1}{4} \cdot \sum_{i=2}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} = \frac{1}{4} \left((\cos 6) - (-17) \right).$$

Angebotene Lösungen:

1 $\sin(\frac{3}{2}) - (-17)$	2 $\cos \frac{3}{2}$	3 $\frac{1}{4}((\cos 6) - (1))$	4 $\frac{1}{4}((\sin 6) - (-17))$
5 $\frac{1}{4} \cos 6$	6 $\cos(\frac{3}{2}) - (1)$	7 $\frac{1}{4} \sin 6$	8 $\cos(\frac{3}{2}) - (-17)$
☒ $\frac{1}{4}((\cos 6) - (-17))$	10 Die Reihe divergiert	11 $\frac{1}{4}((\sin 6) - (1))$	12 $\sin(\frac{3}{2}) - (1)$

Fehlerinterpretation:

1	$\sin(\frac{3}{2}) - (-17)$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
2	$\cos\frac{3}{2}$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
3	$\frac{1}{4}((\cos 6) - (1))$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
4	$\frac{1}{4}((\sin 6) - (-17))$	DF: falsche Reihe verwendet
5	$\frac{1}{4}\cos 6$	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
6	$\cos(\frac{3}{2}) - (1)$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
7	$\frac{1}{4}\sin 6$	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
8	$\cos(\frac{3}{2}) - (-17)$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
☒	$\frac{1}{4}((\cos 6) - (-17))$	richtig
10	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
11	$\frac{1}{4}((\sin 6) - (1))$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
12	$\sin(\frac{3}{2}) - (1)$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert

Allgemeine Hinweise:
Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware @yahoo.de).
Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: http: / / www.vorkurs.de.vu