Blatt Nr 13.06

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 13

MV 05	Blatt 01	Kapitel 2.2	Summen
geometrische	Grundlagen	Nummer: 2 0 2005010008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.1: Berechnen Sie $\sum_{k=0}^{n} \frac{5^{k+2}}{4^{k-1}}$ für $n \in \mathbb{N}$.

Parameter:

x_1 = Basis des Zählers $x_1 > 1$
x_2 = Basis des Nenners $x_1 > x_2 > 1$
x_3 = Summand im Zähler $x_3 > 0$
x_4 = Subtrahend im Nenner $x_4 > 0$

Die Summe lautet also: $\sum_{k=0}^{n} \frac{(x_1)^{k+x_3}}{(x_2)^{k-x_4}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5, \quad x_2 = 4, \quad x_3 = 2, \quad x_4 = 1.$

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{p^k}{q^k} = \frac{1-(\frac{p}{q})^{k+1}}{1-\frac{p}{q}} \quad .$$

Rechnung:

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{5^{k+2}}{4^{k-1}} = \frac{5^2}{4^{-1}} \cdot \sum_{k=0}^{n} \frac{5^k}{4^k} = 5^2 \cdot 4^1 \cdot \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{5}{4}\right)^k = 100 \cdot \frac{1-(\frac{5}{4})^{n+1}}{1-\frac{5}{4}}$$

Angebotene Lösungen:

1 $\frac{25}{4} \cdot (1+\frac{5}{4})^{n+1}$	2 $100 \cdot (1+\frac{5}{4})^{n+1}$	3 $\frac{25}{4} \cdot (\frac{5}{4})^{n+1}$	4 $100 \cdot \frac{\frac{5}{4}^2+\frac{5}{4}}{2}$
5 $\frac{\frac{5}{4}^2+\frac{5}{4}}{2}$	6 $\frac{5^3}{4^2}$	7 $\frac{1-(\frac{5}{4})^{n+1}}{1-\frac{5}{4}}$	8 $(\frac{5}{4})^{n+1}$
9 $100 \cdot (\frac{5}{4})^{n+1}$	10 $\frac{25}{4} \cdot \frac{\frac{5}{4}^2+\frac{5}{4}}{2}$	11 $(1+\frac{5}{4})^{n+1}$	☒ $100 \cdot \frac{1-(\frac{5}{4})^{n+1}}{1-\frac{5}{4}}$

Fehlerinterpretation:

1 $\frac{25}{4} \cdot (1+\frac{5}{4})^{n+1}$	DF: Dies ist nicht die Binomische Formel
2 $100 \cdot (1+\frac{5}{4})^{n+1}$	DF: Dies ist nicht die Binomische Formel
3 $\frac{25}{4} \cdot (\frac{5}{4})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
4 $100 \cdot \frac{\frac{5}{4}^2+\frac{5}{4}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
5 $\frac{\frac{5}{4}^2+\frac{5}{4}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
6 $\frac{5^3}{4^2}$	DF: Summand angegeben
7 $\frac{1-(\frac{5}{4})^{n+1}}{1-\frac{5}{4}}$	DF: Ausklammern vergessen
8 $(\frac{5}{4})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
9 $100 \cdot (\frac{5}{4})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
10 $\frac{25}{4} \cdot \frac{\frac{5}{4}^2+\frac{5}{4}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
11 $(1+\frac{5}{4})^{n+1}$	DF: Dies ist nicht die Binomische Formel
☒ $100 \cdot \frac{1-(\frac{5}{4})^{n+1}}{1-\frac{5}{4}}$	richtig

MV 05	Blatt 03	Kapitel 3.1	Grenzwerte
Keine	Folgen	Nummer: 8 0 2005030008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.2: Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{33+3n}{n+4}$, $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie den Grenzwert a von a_n und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale m (abhängig von ε), für das $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.
Bitte beachten Sie, dass $\lceil x \rceil$ die Zahl $z \in \mathbb{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und z minimal.

Parameter:

x_1, x_2, x_3 = Elemente des Bruches, x_3 = Grenzwert $x_1 \geq 2 \cdot x_2$

Die Folge lautet also: $a_n = \frac{\{x_3 \cdot x_1\} + x_3 n}{n + x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 11, \quad x_2 = 4, \quad x_3 = 3.$

Erklärung:

$$\frac{a(n+b)}{n+c} \quad \to \quad a \quad \text{der Rest ist Rechnen mit Beträgen}$$

Rechnung:

$$\frac{3n+33}{n+4} \quad = \quad 3 + \frac{7}{n+4}$$

also ist 3 der Grenzwert und es muss gelten $|a_n - a| \; = \; |3 + \frac{7}{n+4} - 3| \; = \; \frac{7}{n+4} \; \leq \; \varepsilon$.

$$\frac{7}{n+4} \; \leq \; \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad 7 \; \leq \; \varepsilon(n+4) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{7}{\varepsilon} - 4 \; \leq \; n$$

Damit ist $\frac{7}{\varepsilon} - 4$ das maximale m, für das die Bedingung $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.

Angebotene Lösungen:

1 $m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} \rceil$	2 $m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} \rceil$	3 $m = \lceil \frac{15}{\varepsilon} - 4 \rceil$	4 Folge divergiert
5 $m = \lceil \frac{15}{\varepsilon} - 11 \rceil$	☒ $m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} - 4 \rceil$	7 $m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} - 11 \rceil$	8 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} \rceil$
9 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} - 11 \rceil$	10 $m = \lceil \frac{15}{\varepsilon} \rceil$	11 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{11} \rceil$	12 $m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} - 11 \rceil$

Fehlerinterpretation:

1 $m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} \rceil$	DF: 4 nicht abgezogen
2 $m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} \rceil$	DF: Lösung geraten
3 $m = \lceil \frac{15}{\varepsilon} - 4 \rceil$	DF: Lösung geraten
4 Folge divergiert	DF: Lösung geraten
5 $m = \lceil \frac{15}{\varepsilon} - 11 \rceil$	DF: Lösung geraten
☒ $m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} - 4 \rceil$	richtig
7 $m = \lceil \frac{7}{\varepsilon} - 11 \rceil$	DF: 11 abgezogen
8 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} \rceil$	DF: Lösung geraten
9 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} - 11 \rceil$	DF: 11 abgezogen
10 $m = \lceil \frac{15}{\varepsilon} \rceil$	DF: Lösung geraten
11 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{11} \rceil$	DF: Lösung geraten
12 $m = \lceil \frac{11}{\varepsilon} - 11 \rceil$	DF: 11 abgezogen

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 35 0 200504007	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.3: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

Parameter:

x_1 = Zähler der Reihe $x_1 > 2$
x_2 = erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2, 3$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{x_1^n}{n!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $\quad x_2 = 3$.

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad = \quad e^x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \;=\; e^x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{5^n}{n!} \;=\; e^5$. Die Reihe beginnt bei $i = 3$. Damit muss vom Ergebnis noch $1+5+\frac{5^2}{2}$ abgezogen werden. Damit ist

$$\sum_{i=3}^{\infty} \frac{5^n}{n!} \quad = \quad e^5 - 18.5$$

Angebotene Lösungen:

[1] $\frac{1}{1-5}$	[X] $e^5 - 18.5$	[3] $\cos(5) + 18.5$	[4] $e^5 - 1$
[5] $\sin(5) - 18.5$	[6] $e^5 - 6$	[7] $\ln(5)$	[8] Die Reihe divergiert
[9] $e^5 + 18.5$	[10] 5^2	[11] $e^5 + 1$	[12] $\ln(5) - 1$

Fehlerinterpretation:

[1]	$\frac{1}{1-5}$	DF: falsche Reihe verwendet
[X]	$e^5 - 18.5$	richtig
[3]	$\cos(5) + 18.5$	DF: falsche Reihe verwendet
[4]	$e^5 - 1$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
[5]	$\sin(5) - 18.5$	DF: falsche Reihe verwendet
[6]	$e^5 - 6$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
[7]	$\ln(5)$	DF: falsche Reihe verwendet
[8]	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
[9]	$e^5 + 18.5$	DF: Addiert statt subtrahiert
[10]	5^2	DF: Lösung geraten
[11]	$e^5 + 1$	DF: Addiert statt subtrahiert
[12]	$\ln(5) - 1$	DF: falsche Reihe verwendet

MV 05	Blatt 03	Kapitel 3.1	Grenzwerte
Keine	Folgen	Nummer: 39 0 2005030009	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.4: Gegeben sei die Folge $a_n \;=\; \frac{14(n^2+(-1)^n)}{2n^2+2}$, $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie den Grenzwert a von a_n und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale m (abhängig von ε), für das $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.
Bitte beachten Sie, dass $\lceil x \rceil$ die Zahl $z \in \mathbb{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und z minimal.

Parameter:

x_1, x_2 = Elemente des Bruches, $\frac{14}{2}$ = Grenzwert $x_1 \neq x_2$

Die Folge lautet also: $a_n \;=\; \frac{x_1(n^2+(-1)^n)}{x_2 n^2 + x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 14$, $\quad x_2 = 2$.

Erklärung:

$$\frac{a(n^2 + (-1)^n)}{n^2} \quad \rightarrow \quad a \quad .$$

Rechnung:

$$\frac{14(n^2+(-1)^n)}{2n^2+2} = \frac{14}{2}\cdot\frac{n^2+(-1)^n}{n^2+1} = 7\cdot(1+\frac{(-1)^n-1}{n^2+1})$$

$$\text{damit ist} \quad a = 7 \text{ und } |a_n-a| = \left|\frac{14}{2}\cdot\frac{(-1)^n-1}{n^2+1}\right| = \begin{cases} 7\frac{2}{n^2+1} & \text{für } n \text{ gerade} \\ 0 & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$$

$$7\frac{2}{n^2+1} \le \varepsilon \Leftrightarrow 14 \le \varepsilon(n^2+1) \Leftrightarrow \frac{14}{\varepsilon}-1 \le n^2 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{14}{\varepsilon}-1} \le n$$

Sei $k = \lceil\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}-1}\rceil$. Wenn k gerade ist, dann gilt: $k-1$ ist ungerade, dass heißt $|a_{k-1}-a| = 0 < \varepsilon$. Wie findet man also im geraden Fall die nächst kleinere ungerade Zahl, während man im ungeraden Fall konstant bleibt? $2\lceil\frac{x}{2}\rceil - 1$ leistet genau das Gewünschte. Damit ist $m = 2\lceil\frac{\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}-1}}{2}\rceil - 1$.

Angebotene Lösungen:

[1] $m = \lceil\sqrt{\varepsilon}-1\rceil$	[2] $m = \lceil\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}-1}\rceil$	[3] $m = 2\lceil(\frac{\frac{14}{\varepsilon}-1}{2})^2\rceil-1$	[4] $m = \lceil\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}}\rceil$
[5] Folge divergiert	[6] $m = \lceil\pm\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}}\rceil$	[7] $m = 2\lceil(\frac{14}{\varepsilon}-1)^2\rceil-1$	[8] $m = 2\lceil(\frac{\pm\frac{14}{\varepsilon}-1}{2})^2\rceil-1$
[9] $m = 2\lceil\frac{\pm\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}-1}}{2}\rceil-1$	[10] $m = \lceil\pm\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}-1}\rceil$	[X] $m = 2\lceil\frac{\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}-1}}{2}\rceil-1$	[12] $m = 2\lceil(\pm\frac{14}{\varepsilon}-1)^2\rceil-1$

Fehlerinterpretation:

[1] $m = \lceil\sqrt{\varepsilon}-1\rceil$	DF: Lösung geraten
[2] $m = \lceil\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}-1}\rceil$	DF: 'fast richtig' nur gerade und ungerade nicht beachtet
[3] $m = 2\lceil(\frac{\frac{14}{\varepsilon}-1}{2})^2\rceil-1$	DF: Quadratur ist falsch
[4] $m = \lceil\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}}\rceil$	DF: Lösung geraten
[5] Folge divergiert	DF: das $(-1)^n$ verschwindet
[6] $m = \lceil\pm\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}}\rceil$	DF: Lösung geraten
[7] $m = 2\lceil(\frac{14}{\varepsilon}-1)^2\rceil-1$	DF: Quadratur ist falsch
[8] $m = 2\lceil(\frac{\pm\frac{14}{\varepsilon}-1}{2})^2\rceil-1$	DF: Quadratur ist falsch
[9] $m = 2\lceil\frac{\pm\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}-1}}{2}\rceil-1$	DF: $\pm$ ist bei positiven m falsch
[10] $m = \lceil\pm\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}-1}\rceil$	DF: $\pm$ ist bei positiven m falsch
[X] $m = 2\lceil\frac{\sqrt{\frac{14}{\varepsilon}-1}}{2}\rceil-1$	richtig
[12] $m = 2\lceil(\pm\frac{14}{\varepsilon}-1)^2\rceil-1$	DF: Quadratur ist falsch

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 63 0 200504011	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.5: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{8\cdot(-1)^n\cdot 6^{2n}}{(2n+1)!}$$

Parameter:

x_1 = Basis im Zähler der Reihe $x_1 > 1$
x_2 = Faktor im Zähler der Reihe $x_2 > x_1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x_2\cdot(-1)^n\cdot(x_1)^{2n}}{(2n+1)!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $\quad x_2 = 8$.

Erklärung:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad = \quad \sin x \qquad \text{für alle } x \in \mathbb{R}$$

Rechnung:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad = \quad \sin x \quad = \quad x \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!},$$

wenn man x (unabhängig von n) ausklammert. Also ist

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} \quad = \quad \frac{\sin x}{x} \quad \text{und} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8 \cdot (-1)^n \cdot 6^{2n}}{(2n+1)!} \quad = \quad \frac{8}{6} \sin 6.$$

Angebotene Lösungen:

☐1 $\cos 48$	☐2 $(2n+2) \cdot \cos 48$	☐3 $8 \sin 6$	☐4 $\frac{8 \cos 6}{2n+1}$
☒ $\frac{4}{3} \sin 6$	☐6 Die Reihe divergiert	☐7 $\frac{4}{3} \cos 6$	☐8 $48 \cos 6$
☐9 $48 \sin 6$	☐10 $(2n+2) \cdot 8 \cdot \sin 6$	☐11 $\frac{\cos 48}{2n+1}$	☐12 $(2n+2) \cdot 8 \cdot \cos 6$

Fehlerinterpretation:

☐1	$\cos 48$	DF: falsche Reihe
☐2	$(2n+2) \cdot \cos 48$	DF: n ist Summationsindex
☐3	$8 \sin 6$	DF: x nicht ausgeklammert
☐4	$\frac{8 \cos 6}{2n+1}$	DF: n ist Summationsindex
☒	$\frac{4}{3} \sin 6$	richtig
☐6	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
☐7	$\frac{4}{3} \cos 6$	DF: falsche Reihe
☐8	$48 \cos 6$	DF: x nicht ausgeklammert
☐9	$48 \sin 6$	DF: x nicht ausgeklammert
☐10	$(2n+2) \cdot 8 \cdot \sin 6$	DF: n ist Summationsindex
☐11	$\frac{\cos 48}{2n+1}$	DF: n ist Summationsindex
☐12	$(2n+2) \cdot 8 \cdot \cos 6$	DF: n ist Summationsindex

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 70 0 200504008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.6: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{4 \cdot (2n)!}$$

Parameter:

x_1 = Zähler der Reihe $x_1 > 2$
x_2 = erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2$
x_5 = Faktor im Nenner $x_5 > 1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{(-1)^n x_1^{2n}}{x_5 \cdot (2n)!}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \qquad x_2 = 2, \qquad x_5 = 4.$

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \quad = \quad \cos x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \;=\; \cos x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} \;=\; \cos 6$. Der Faktor 4 im Nenner ist unabhängig von n, kann also ausgeklammert werden: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{4\cdot(2n)!} \;=\; \frac{1}{4}\cdot\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} \;=\; \frac{1}{4}\cos 6$. Die Reihe beginnt bei $i = 2$. Damit muss von dem Wert noch $1 - \frac{6^2}{2}$ abgezogen werden.

$$\frac{1}{4}\cdot\sum_{i=2}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} \;=\; \frac{1}{4}\left((\cos 6) - (-17)\right).$$

Angebotene Lösungen:

☐ 1 $\cos(\frac{3}{2}) - (1)$	☐ 2 $\cos\frac{3}{2}$	☐ 3 $\frac{1}{4}\cos 6$	☐ 4 $\frac{1}{4}\left((\sin 6) - (-17)\right)$
☒ $\frac{1}{4}\left((\cos 6) - (-17)\right)$	☐ 6 Die Reihe divergiert	☐ 7 $\sin\frac{3}{2}$	☐ 8 $\frac{1}{4}\left((\sin 6) - (1)\right)$
☐ 9 $\sin(\frac{3}{2}) - (-17)$	☐ 10 $\frac{1}{4}\sin 6$	☐ 11 $\sin(\frac{3}{2}) - (1)$	☐ 12 $\cos(\frac{3}{2}) - (-17)$

Fehlerinterpretation:

☐ 1 $\cos(\frac{3}{2}) - (1)$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
☐ 2 $\cos\frac{3}{2}$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
☐ 3 $\frac{1}{4}\cos 6$	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
☐ 4 $\frac{1}{4}\left((\sin 6) - (-17)\right)$	DF: falsche Reihe verwendet
☒ $\frac{1}{4}\left((\cos 6) - (-17)\right)$	richtig
☐ 6 Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
☐ 7 $\sin\frac{3}{2}$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
☐ 8 $\frac{1}{4}\left((\sin 6) - (1)\right)$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
☐ 9 $\sin(\frac{3}{2}) - (-17)$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
☐ 10 $\frac{1}{4}\sin 6$	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
☐ 11 $\sin(\frac{3}{2}) - (1)$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert
☐ 12 $\cos(\frac{3}{2}) - (-17)$	DF: $\frac{1}{4}$ nicht ausgeklammert

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 79 0 200504009	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.7: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-9)^n}{(2n)!}$$

Parameter:

$x_1 =$ Zähler der Reihe $-\ x_1 > 1\ -\ x_2 := x_1^2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x_1\cdot x_1)^n}{(2n)!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3, \qquad x_2 = 9$.

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \;=\; \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} \;=\; \cos x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} \;=\; \cos x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-9)^n}{(2n)!} \;=\; \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^{2n}}{(2n)!} \;=\; \cos 3$.

Angebotene Lösungen:

☐ 1 e^{-3}	☐ 2 $\ln 9$	☐ 3 $-e^9$	☐ 4 $\sin 3$
☐ 5 Die Reihe divergiert	☐ 6 e^9	☐ 7 $-\cos 9$	☐ 8 $\sin 9$
☐ 9 $-\ln 9$	☒ $\cos 3$	☐ 11 $-\ln 3$	☐ 12 $-e^3$

Fehlerinterpretation:

☐ 1 e^{-3}	DF: falsche Reihe verwendet
☐ 2 $\ln 9$	DF: falsche Reihe verwendet
☐ 3 $-e^9$	DF: Quadrat nicht beachtet
☐ 4 $\sin 3$	DF: falsche Reihe verwendet
☐ 5 Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
☐ 6 e^9	DF: falsche Reihe verwendet
☐ 7 $-\cos 9$	DF: Quadrat nicht beachtet
☐ 8 $\sin 9$	DF: Quadrat nicht beachtet
☐ 9 $-\ln 9$	DF: Quadrat nicht beachtet
☒ $\cos 3$	richtig
☐ 11 $-\ln 3$	DF: falsche Reihe verwendet
☐ 12 $-e^3$	DF: falsche Reihe verwendet

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 94 0 200504010	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.8: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{n}$$

Parameter:

x_1 = erstes Glied der Reihe $x_1 = 1, 2$
x_2 = Zähler der Reihe $x_2 > 2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=x_1}^{\infty} \frac{x_2^n}{n}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 1 \quad x_2 = 5$.

Erklärung:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \quad = \quad -\ln(1-x) \quad \text{für } x \in [-1, 1)$$

Rechnung:

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{n}$ divergiert, weil die Summanden nicht gegen 0 gehen. Die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ konvergiert nur für $x \in [-1, 1)$.

Angebotene Lösungen:

☐ 1 $\frac{1}{1-5} + 5$	☐ 2 $\ln(-4) + 5$	☐ 3 $-\ln(6) - 7.5$	☒ Die Reihe divergiert
☐ 5 $-\ln(-4) - 7.5$	☐ 6 $\ln(6)$	☐ 7 $-\ln(6)$	☐ 8 $-\ln(-4)$
☐ 9 $\ln(6) - 7.5$	☐ 10 $\ln(-4) - 7.5$	☐ 11 $\ln(-4)$	☐ 12 $-\ln(-4) + 5$

Fehlerinterpretation:

1	$\frac{1}{1-5}+5$	DF: Falsche Reihe verwendet
2	$\ln(-4)+5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
3	$-\ln(6)-7.5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
☒	Die Reihe divergiert	richtig
5	$-\ln(-4)-7.5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
6	$\ln(6)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
7	$-\ln(6)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
8	$-\ln(-4)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
9	$\ln(6)-7.5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
10	$\ln(-4)-7.5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
11	$\ln(-4)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
12	$-\ln(-4)+5$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet

Allgemeine Hinweise:
Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware @yahoo.de).
Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: http: / / www.vorkurs.de.vu