Blatt Nr 13.07

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 13

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 21 0 200504010	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.1: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n}$$

Parameter:

x_1 = erstes Glied der Reihe $x_1 = 1, 2$
x_2 = Zähler der Reihe $x_2 > 2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=x_1}^{\infty} \frac{x_2^n}{n}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2 \quad x_2 = 4$.

Erklärung:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n} \quad = \quad -\ln(1-x) \quad \text{für } x \in [-1, 1)$$

Rechnung:

$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n}$ divergiert, weil die Summanden nicht gegen 0 gehen. Die Reihe $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ konvergiert nur für $x \in [-1, 1)$.

Angebotene Lösungen:

1 $-\ln(5) + 4$	2 $\ln(5)$	3 $-\ln(5) - 4$	4 $\frac{1}{1-4}$
5 $-\ln(5)$	6 $\frac{1}{1-4} - 4$	7 $e^4 - 4$	☒ Die Reihe divergiert
9 e^4	10 $-\ln(-3)$	11 $\ln(5) - 4$	12 $\ln(-3) - 4$

Fehlerinterpretation:

1	$-\ln(5) + 4$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
2	$\ln(5)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
3	$-\ln(5) - 4$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
4	$\frac{1}{1-4}$	DF: Falsche Reihe verwendet
5	$-\ln(5)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
6	$\frac{1}{1-4} - 4$	DF: Falsche Reihe verwendet
7	$e^4 - 4$	DF: Falsche Reihe verwendet
☒	Die Reihe divergiert	richtig
9	e^4	DF: Falsche Reihe verwendet
10	$-\ln(-3)$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
11	$\ln(5) - 4$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet
12	$\ln(-3) - 4$	DF: Konvergenzbereich nicht beachtet

MV 05	Blatt 03	Kapitel 3.1	Grenzwerte
Keine	Folgen	Nummer: 24 0 2005030008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.2: Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{30+3n}{n+4}$, $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie den Grenzwert a von a_n und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale m (abhängig von ε), für das $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.
Bitte beachten Sie, dass $\lceil x \rceil$ die Zahl $z \in \mathbb{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und z minimal.

Parameter:

x_1, x_2, x_3 = Elemente des Bruches, x_3 = Grenzwert $x_1 \geq 2 \cdot x_2$

Die Folge lautet also: $a_n = \frac{\{x_3 \cdot x_1\}+x_3 n}{n+x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 10, \quad x_2 = 4, \quad x_3 = 3.$

Erklärung:

$$\frac{a(n+b)}{n+c} \quad \to \quad a \quad \text{der Rest ist Rechnen mit Beträgen}$$

Rechnung:

$$\frac{3n+30}{n+4} \quad = \quad 3 + \frac{6}{n+4}$$

also ist 3 der Grenzwert und es muss gelten $|a_n - a| = |3 + \frac{6}{n+4} - 3| = \frac{6}{n+4} \leq \varepsilon$.

$$\frac{6}{n+4} \leq \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad 6 \leq \varepsilon(n+4) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{6}{\varepsilon} - 4 \leq n$$

Damit ist $\frac{6}{\varepsilon} - 4$ das maximale m, für das die Bedingung $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.

Angebotene Lösungen:

☒ $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} - 4 \rceil$	2 $m = \lceil \frac{14}{\varepsilon} \rceil$	3 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{10} \rceil$	4 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} - 10 \rceil$
5 Folge divergiert	6 $m = \lceil \frac{10}{\varepsilon} \rceil$	7 $m = \lceil \frac{14}{\varepsilon} - 4 \rceil$	8 $m = \lceil \varepsilon \rceil$
9 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{4} \rceil$	10 $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} \rceil$	11 $m = \lceil \frac{14}{\varepsilon} - 10 \rceil$	12 $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} - 10 \rceil$

Fehlerinterpretation:

☒ $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} - 4 \rceil$	richtig
2 $m = \lceil \frac{14}{\varepsilon} \rceil$	DF: Lösung geraten
3 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{10} \rceil$	DF: Lösung geraten
4 $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} - 10 \rceil$	DF: 10 abgezogen
5 Folge divergiert	DF: Lösung geraten
6 $m = \lceil \frac{10}{\varepsilon} \rceil$	DF: Lösung geraten
7 $m = \lceil \frac{14}{\varepsilon} - 4 \rceil$	DF: Lösung geraten
8 $m = \lceil \varepsilon \rceil$	DF: Lösung geraten
9 $m = \lceil \frac{\varepsilon}{4} \rceil$	DF: Lösung geraten
10 $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} \rceil$	DF: 4 nicht abgezogen
11 $m = \lceil \frac{14}{\varepsilon} - 10 \rceil$	DF: Lösung geraten
12 $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} - 10 \rceil$	DF: 10 abgezogen

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 27 0 200504009	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.3: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-25)^n}{(2n)!}$$

Parameter:

x_1 = Zähler der Reihe $-\ x_1 > 1\ -\ x_2 := x_1^2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x_1 \cdot x_1)^n}{(2n)!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5, \qquad x_2 = 25.$

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \quad = \quad \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} \quad = \quad \cos x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} = \cos x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-25)^n}{(2n)!} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 5^{2n}}{(2n)!} = \cos 5.$

Angebotene Lösungen:

1 $-\sin 25$	2 e^{25}	3 $\cos 25$	4 $\sin 5$
5 $\ln 25$	6 e^{-5}	7 $-\sin 5$	☒ $\cos 5$
9 $-\ln 5$	10 $-e^{25}$	11 e^{-25}	12 Die Reihe divergiert

Fehlerinterpretation:

1	$-\sin 25$	DF: Quadrat nicht beachtet
2	e^{25}	DF: falsche Reihe verwendet
3	$\cos 25$	DF: Quadrat nicht beachtet
4	$\sin 5$	DF: falsche Reihe verwendet
5	$\ln 25$	DF: falsche Reihe verwendet
6	e^{-5}	DF: falsche Reihe verwendet
7	$-\sin 5$	DF: falsche Reihe verwendet
☒	$\cos 5$	richtig
9	$-\ln 5$	DF: falsche Reihe verwendet
10	$-e^{25}$	DF: Quadrat nicht beachtet
11	e^{-25}	DF: Quadrat nicht beachtet
12	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten

MV 05	Blatt 01	Kapitel 2.2	Summen
geometrische	Grundlagen	Nummer: 59 0 2005010008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.4: Berechnen Sie $\sum_{k=0}^{n} \frac{4^{k+1}}{2^{k-2}}$ für $n \in \mathbb{N}$.

Parameter:

x_1 = Basis des Zählers $x_1 > 1$
x_2 = Basis des Nenners $x_1 > x_2 > 1$
x_3 = Summand im Zähler $x_3 > 0$
x_4 = Subtrahend im Nenner $x_4 > 0$

Die Summe lautet also: $\sum_{k=0}^{n} \frac{(x_1)^{k+x_3}}{(x_2)^{k-x_4}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4, \qquad x_2 = 2, \qquad x_3 = 1, \qquad x_4 = 2.$

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{p^k}{q^k} \quad = \quad \frac{1-(\frac{p}{q})^{k+1}}{1-\frac{p}{q}} \quad .$$

Rechnung:

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{4^{k+1}}{2^{k-2}} \quad = \quad \frac{4^1}{2^{-2}} \cdot \sum_{k=0}^{n} \frac{4^k}{2^k} \quad = \quad 4^1 \cdot 2^2 \cdot \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{4}{2}\right)^k \quad = \quad 16 \cdot \frac{1-(\frac{4}{2})^{n+1}}{1-\frac{4}{2}}$$

Angebotene Lösungen:

[1] $1 \cdot \frac{\frac{4}{2}^2+\frac{4}{2}}{2}$	[2] $1 \cdot (\frac{4}{2})^{n+1}$	[3] $1 \cdot \frac{1-(\frac{4}{2})^{n+1}}{1-\frac{4}{2}}$	[4] $\frac{\frac{4}{2}^2+\frac{4}{2}}{2}$
[5] $16 \cdot (\frac{4}{2})^{n+1}$	[6] $(\frac{4}{2})^{n+1}$	[X] $16 \cdot \frac{1-(\frac{4}{2})^{n+1}}{1-\frac{4}{2}}$	[8] $16 \cdot \frac{\frac{4}{2}^2+\frac{4}{2}}{2}$
[9] $\frac{4^2}{2^3}$	[10] $(1+\frac{4}{2})^{n+1}$	[11] $\frac{1-(\frac{4}{2})^{n+1}}{1-\frac{4}{2}}$	[12] $16 \cdot (1+\frac{4}{2})^{n+1}$

Fehlerinterpretation:

[1]	$1 \cdot \frac{\frac{4}{2}^2+\frac{4}{2}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
[2]	$1 \cdot (\frac{4}{2})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
[3]	$1 \cdot \frac{1-(\frac{4}{2})^{n+1}}{1-\frac{4}{2}}$	DF: Falsch ausgeklammert
[4]	$\frac{\frac{4}{2}^2+\frac{4}{2}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
[5]	$16 \cdot (\frac{4}{2})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
[6]	$(\frac{4}{2})^{n+1}$	DF: Lösung geraten
[X]	$16 \cdot \frac{1-(\frac{4}{2})^{n+1}}{1-\frac{4}{2}}$	richtig
[8]	$16 \cdot \frac{\frac{4}{2}^2+\frac{4}{2}}{2}$	DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
[9]	$\frac{4^2}{2^3}$	DF: Summand angegeben
[10]	$(1+\frac{4}{2})^{n+1}$	DF: Dies ist nicht die Binomische Formel
[11]	$\frac{1-(\frac{4}{2})^{n+1}}{1-\frac{4}{2}}$	DF: Ausklammern vergessen
[12]	$16 \cdot (1+\frac{4}{2})^{n+1}$	DF: Dies ist nicht die Binomische Formel

MV 05	Blatt 03	Kapitel 3.1	Grenzwerte
Keine	Folgen	Nummer: 66 0 2005030009	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 20	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.5: Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{16(n^2+(-1)^n)}{4n^2+4}$, $n \in \mathbb{N}$. Finden Sie den Grenzwert a von a_n und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale m (abhängig von ε), für das $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.
Bitte beachten Sie, dass $\lceil x \rceil$ die Zahl $z \in \mathbb{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und z minimal.

Parameter:

$x_1, x_2 =$ Elemente des Bruches, $\frac{16}{4} =$ Grenzwert $x_1 \neq x_2$

Die Folge lautet also: $a_n = \frac{x_1(n^2+(-1)^n)}{x_2n^2+x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 16, \quad x_2 = 4$.

Erklärung:

$$\frac{a(n^2+(-1)^n)}{n^2} \quad \rightarrow \quad a \quad .$$

Rechnung:

$$\frac{16(n^2+(-1)^n)}{4n^2+4} = \frac{16}{4} \cdot \frac{n^2+(-1)^n}{n^2+1} = 4 \cdot (1 + \frac{(-1)^n - 1}{n^2+1})$$

$$\text{damit ist} \quad a = 4 \text{ und } |a_n - a| = \left| \frac{16}{4} \cdot \frac{(-1)^n - 1}{n^2+1} \right| = \begin{cases} 4\frac{2}{n^2+1} & \text{für } n \text{ gerade} \\ 0 & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$$

$$4\frac{2}{n^2+1} \leq \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad 8 \leq \varepsilon(n^2+1) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{8}{\varepsilon} - 1 \leq n^2 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{\frac{8}{\varepsilon} - 1} \leq n$$

Sei $k = \lceil \sqrt{\frac{8}{\varepsilon} - 1} \rceil$. Wenn k gerade ist, dann gilt: $k-1$ ist ungerade, dass heißt $|a_{k-1} - a| = 0 < \varepsilon$. Wie findet man also im geraden Fall die nächst kleinere ungerade Zahl, während man im ungeraden Fall konstant bleibt? $2\lceil \frac{x}{2} \rceil - 1$ leistet genau das Gewünschte. Damit ist $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$.

Angebotene Lösungen:

1 Folge divergiert	☒ $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$	3 $m = 2\lceil (\frac{\pm\frac{8}{\varepsilon}-1}{2})^2 \rceil - 1$	4 $m = \lceil \pm\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1} \rceil$
5 $m = 2\lceil (\frac{8}{\varepsilon}-1)^2 \rceil - 1$	6 $m = \lceil \frac{\varepsilon^2+1}{2} \rceil$	7 $m = \lceil \pm\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}} \rceil$	8 $m = \lceil \varepsilon^2 + 1 \rceil$
9 $m = 2\lceil (\frac{\frac{8}{\varepsilon}-1}{2})^2 \rceil - 1$	10 $m = \lceil \sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1} \rceil$	11 $m = 2\lceil (\pm\frac{8}{\varepsilon}-1)^2 \rceil - 1$	12 $m = 2\lceil \frac{\pm\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$

Fehlerinterpretation:

1 Folge divergiert	DF: das $(-1)^n$ verschwindet
☒ $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$	richtig
3 $m = 2\lceil (\frac{\pm\frac{8}{\varepsilon}-1}{2})^2 \rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch
4 $m = \lceil \pm\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1} \rceil$	DF: $\pm$ ist bei positiven m falsch
5 $m = 2\lceil (\frac{8}{\varepsilon}-1)^2 \rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch
6 $m = \lceil \frac{\varepsilon^2+1}{2} \rceil$	DF: Lösung geraten
7 $m = \lceil \pm\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}} \rceil$	DF: Lösung geraten
8 $m = \lceil \varepsilon^2 + 1 \rceil$	DF: Lösung geraten
9 $m = 2\lceil (\frac{\frac{8}{\varepsilon}-1}{2})^2 \rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch
10 $m = \lceil \sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1} \rceil$	DF: 'fast richtig' nur gerade und ungerade nicht beachtet
11 $m = 2\lceil (\pm\frac{8}{\varepsilon}-1)^2 \rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch
12 $m = 2\lceil \frac{\pm\sqrt{\frac{8}{\varepsilon}-1}}{2} \rceil - 1$	DF: $\pm$ ist bei positiven m falsch

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 73 0 200504011	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.6: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{7 \cdot (-1)^n \cdot 4^{2n}}{(2n+1)!}$$

Parameter:

x_1 = Basis im Zähler der Reihe $x_1 > 1$
x_2 = Faktor im Zähler der Reihe $x_2 > x_1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x_2 \cdot (-1)^n \cdot (x_1)^{2n}}{(2n+1)!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$ $x_2 = 7$.

Erklärung:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R}$$

Rechnung:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x = x \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!},$$

wenn man x (unabhängig von n) ausklammert. Also ist

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} = \frac{\sin x}{x} \quad \text{und} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{7 \cdot (-1)^n \cdot 4^{2n}}{(2n+1)!} = \frac{7}{4} \sin 4.$$

Angebotene Lösungen:

1 $28\cos 4$	2 $(2n+2)\cdot\cos 28$	3 $7\sin 4$	☒ $\frac{7}{4}\sin 4$
5 $\frac{7\cos 4}{2n+1}$	6 $(2n+2)\cdot 7\cdot\sin 4$	7 $28\sin 4$	8 $(2n+2)\cdot\sin 28$
9 Die Reihe divergiert	10 $\cos 28$	11 $7\cos 4$	12 $(2n+2)\cdot 7\cdot\cos 4$

Fehlerinterpretation:

1	$28\cos 4$	DF: x nicht ausgeklammert
2	$(2n+2)\cdot\cos 28$	DF: n ist Summationsindex
3	$7\sin 4$	DF: x nicht ausgeklammert
☒	$\frac{7}{4}\sin 4$	richtig
5	$\frac{7\cos 4}{2n+1}$	DF: n ist Summationsindex
6	$(2n+2)\cdot 7\cdot\sin 4$	DF: n ist Summationsindex
7	$28\sin 4$	DF: x nicht ausgeklammert
8	$(2n+2)\cdot\sin 28$	DF: n ist Summationsindex
9	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
10	$\cos 28$	DF: falsche Reihe
11	$7\cos 4$	DF: falsche Reihe
12	$(2n+2)\cdot 7\cdot\cos 4$	DF: n ist Summationsindex

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 86 0 200504007	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.7: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{7^n}{n!}$$

Parameter:

$x_1 =$ Zähler der Reihe $x_1 > 2$
$x_2 =$ erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2, 3$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{x_1^n}{n!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7 \quad x_2 = 3$.

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad = \quad e^x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{7^n}{n!} = e^7$. Die Reihe beginnt bei $i = 3$. Damit muss vom Ergebnis noch $1+7+\frac{7^2}{2}$ abgezogen werden. Damit ist

$$\sum_{i=3}^{\infty} \frac{7^n}{n!} \quad = \quad e^7 - 32.5$$

Angebotene Lösungen:

1 $\frac{1}{1-7}$	2 $\ln(7) - 1$	3 e^7	4 $\sin(7) - 32.5$
5 $\sin(7) + 8$	6 $\cos(7) - 8$	7 $e^7 - 8$	☒ $e^7 - 32.5$
9 Die Reihe divergiert	10 7^2	11 $\frac{1}{1-7} + 1$	12 $e^7 + 1$

Fehlerinterpretation:

$\boxed{1}$	$\frac{1}{1-7}$	DF: falsche Reihe verwendet
$\boxed{2}$	$\ln(7) - 1$	DF: falsche Reihe verwendet
$\boxed{3}$	e^7	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
$\boxed{4}$	$\sin(7) - 32.5$	DF: falsche Reihe verwendet
$\boxed{5}$	$\sin(7) + 8$	DF: falsche Reihe verwendet
$\boxed{6}$	$\cos(7) - 8$	DF: falsche Reihe verwendet
$\boxed{7}$	$e^7 - 8$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
$\boxtimes$	$e^7 - 32.5$	richtig
$\boxed{9}$	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
$\boxed{10}$	7^2	DF: Lösung geraten
$\boxed{11}$	$\frac{1}{1-7} + 1$	DF: falsche Reihe verwendet
$\boxed{12}$	$e^7 + 1$	DF: Addiert statt subtrahiert

MV 05	Blatt 04	Kapitel 3.3	Reihenwerte
Reihen	Folgen	Nummer: 108 0 200504008	Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 13.1.8: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{3 \cdot (2n)!}$$

Parameter:

x_1 = Zähler der Reihe $x_1 > 2$
x_2 = erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2$
x_5 = Faktor im Nenner $x_5 > 1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{(-1)^n x_1^{2n}}{x_5 \cdot (2n)!}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \qquad x_2 = 2, \qquad x_5 = 3.$

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \quad = \quad \cos x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = \cos x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} = \cos 6$. Der Faktor 3 im Nenner ist unabhängig von n, kann also ausgeklammert werden: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{3 \cdot (2n)!} = \frac{1}{3} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} = \frac{1}{3} \cos 6$. Die Reihe beginnt bei $i = 2$. Damit muss von dem Wert noch $1 - \frac{6^2}{2}$ abgezogen werden.

$$\frac{1}{3} \cdot \sum_{i=2}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} = \frac{1}{3} \left((\cos 6) - (-17) \right).$$

Angebotene Lösungen:

$\boxed{1}$ $\frac{1}{3} \sin 6$	$\boxtimes$ $\frac{1}{3} ((\cos 6) - (-17))$	$\boxed{3}$ Die Reihe divergiert	$\boxed{4}$ $\cos(2) - (-17)$
$\boxed{5}$ $\frac{1}{3} \cos 6$	$\boxed{6}$ $\frac{1}{3} ((\sin 6) - (1))$	$\boxed{7}$ $\sin(2) - (1)$	$\boxed{8}$ $\cos(2) - (1)$
$\boxed{9}$ $\sin(2) - (-17)$	$\boxed{10}$ $\frac{1}{3} ((\cos 6) - (1))$	$\boxed{11}$ $\frac{1}{3} ((\sin 6) - (-17))$	$\boxed{12}$ $\cos 2$

Fehlerinterpretation:

$\boxed{1}$	$\frac{1}{3}\sin 6$	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
$\boxtimes$	$\frac{1}{3}((\cos 6) - (-17))$	richtig
$\boxed{3}$	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
$\boxed{4}$	$\cos(2) - (-17)$	DF: $\frac{1}{3}$ nicht ausgeklammert
$\boxed{5}$	$\frac{1}{3}\cos 6$	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
$\boxed{6}$	$\frac{1}{3}((\sin 6) - (1))$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
$\boxed{7}$	$\sin(2) - (1)$	DF: $\frac{1}{3}$ nicht ausgeklammert
$\boxed{8}$	$\cos(2) - (1)$	DF: $\frac{1}{3}$ nicht ausgeklammert
$\boxed{9}$	$\sin(2) - (-17)$	DF: $\frac{1}{3}$ nicht ausgeklammert
$\boxed{10}$	$\frac{1}{3}((\cos 6) - (1))$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
$\boxed{11}$	$\frac{1}{3}((\sin 6) - (-17))$	DF: falsche Reihe verwendet
$\boxed{12}$	$\cos 2$	DF: $\frac{1}{3}$ nicht ausgeklammert

Allgemeine Hinweise:
Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware @yahoo.de).
Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: http: / / www.vorkurs.de.vu