

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 13

MV 05 Blatt 04 Kapitel 3.3 Reihenwerte
 Reihen Folgen Nummer: 13 0 200504009 Kl: 14G
 Grad: 50 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 13.1.1: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-16)^n}{(2n)!}$$

Parameter:

$x_1 =$ Zähler der Reihe $- x_1 > 1 - x_2 := x_1^2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x_1 \cdot x_1)^n}{(2n)!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4$, $x_2 = 16$.

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} = \cos x$$

Rechnung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-x^2)^n}{(2n)!} = \cos x \text{ damit ist } \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-16)^n}{(2n)!} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^{2n}}{(2n)!} = \cos 4.$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | |
|--|--------------------------------------|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\ln 4$ | <input type="checkbox"/> 2 $\ln 16$ | <input type="checkbox"/> 3 $\sin 4$ | <input type="checkbox"/> 4 Die Reihe divergiert |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $\cos 4$ | <input type="checkbox"/> 6 $\sin 16$ | <input type="checkbox"/> 7 $-\cos 16$ | <input type="checkbox"/> 8 $-\ln 16$ |
| <input type="checkbox"/> 9 $-\sin 16$ | <input type="checkbox"/> 10 $-e^4$ | <input type="checkbox"/> 11 e^{-4} | <input type="checkbox"/> 12 $-e^{16}$ |

Fehlerinterpretation:

- | | |
|--|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 $-\ln 4$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| <input type="checkbox"/> 2 $\ln 16$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| <input type="checkbox"/> 3 $\sin 4$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| <input type="checkbox"/> 4 Die Reihe divergiert | DF: Lösung geraten |
| <input checked="" type="checkbox"/> 5 $\cos 4$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 6 $\sin 16$ | DF: Quadrat nicht beachtet |
| <input type="checkbox"/> 7 $-\cos 16$ | DF: Quadrat nicht beachtet |
| <input type="checkbox"/> 8 $-\ln 16$ | DF: Quadrat nicht beachtet |
| <input type="checkbox"/> 9 $-\sin 16$ | DF: Quadrat nicht beachtet |
| <input type="checkbox"/> 10 $-e^4$ | DF: falsche Reihe verwendet |
| <input type="checkbox"/> 11 e^{-4} | DF: falsche Reihe verwendet |
| <input type="checkbox"/> 12 $-e^{16}$ | DF: Quadrat nicht beachtet |

MV 05 Blatt 04 Kapitel 3.3 Reihenwerte
 Reihen Folgen Nummer: 21 0 200504011 Kl: 14G
 Grad: 50 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 13.1.2: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4 \cdot (-1)^n \cdot 2^{2n}}{(2n+1)!}$$

Parameter:

$x_1 =$ Basis im Zähler der Reihe $x_1 > 1$
 $x_2 =$ Faktor im Zähler der Reihe $x_2 > x_1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x_2 \cdot (-1)^n \cdot (x_1)^{2n}}{(2n+1)!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 4$.

Erklärung:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x \quad \text{für alle } x \in \mathbf{R}$$

Rechnung:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x = x \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!},$$

wenn man x (unabhängig von n) ausklammert. Also ist

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} = \frac{\sin x}{x} \quad \text{und} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4 \cdot (-1)^n \cdot 2^{2n}}{(2n+1)!} = \frac{4}{2} \sin 2.$$

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|------------|-----------------------------|------------|-----------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sin 8$ | <input type="checkbox"/> 2 | $8 \sin 2$ | <input type="checkbox"/> 3 | $(2n+2) \cdot 4 \cdot \sin 2$ | <input type="checkbox"/> 4 | $(2n+2) \cdot 4 \cdot \cos 2$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\cos 8$ | <input type="checkbox"/> 6 | $8 \cos 2$ | <input type="checkbox"/> 7 | $(2n+2) \cdot \sin 8$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $2 \sin 2$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $4 \sin 2$ | <input type="checkbox"/> 10 | $2 \cos 2$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{\cos 8}{2n+1}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $4 \cos 2$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\sin 8$ | DF: 4 nicht ausgeklammert |
| <input type="checkbox"/> 2 | $8 \sin 2$ | DF: x nicht ausgeklammert |
| <input type="checkbox"/> 3 | $(2n+2) \cdot 4 \cdot \sin 2$ | DF: n ist Summationsindex |
| <input type="checkbox"/> 4 | $(2n+2) \cdot 4 \cdot \cos 2$ | DF: n ist Summationsindex |
| <input type="checkbox"/> 5 | $\cos 8$ | DF: falsche Reihe |
| <input type="checkbox"/> 6 | $8 \cos 2$ | DF: x nicht ausgeklammert |
| <input type="checkbox"/> 7 | $(2n+2) \cdot \sin 8$ | DF: n ist Summationsindex |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $2 \sin 2$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 | $4 \sin 2$ | DF: x nicht ausgeklammert |
| <input type="checkbox"/> 10 | $2 \cos 2$ | DF: falsche Reihe |
| <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{\cos 8}{2n+1}$ | DF: n ist Summationsindex |
| <input type="checkbox"/> 12 | $4 \cos 2$ | DF: falsche Reihe |

MV 05 Blatt 04 Kapitel 3.3 Reihenwerte
 Reihen Folgen Nummer: 29 0 200504010 Kl: 14G
 Grad: 50 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 13.1.3: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-5)^n}{n}$$

Parameter:

$x_1 =$ erstes Glied der Reihe $x_1 = 1, 2$
 $x_2 =$ Zähler der Reihe $x_2 > 2$

Die Reihe lautet also: $\sum_{n=x_1}^{\infty} \frac{x_2^n}{n}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $x_2 = 5$.

Erklärung:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n} = -\ln(1-x) \quad \text{für } x \in [-1, 1)$$

Rechnung:

$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-5)^n}{n}$ divergiert, weil die Summanden nicht gegen 0 gehen. Die Reihe $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ konvergiert nur für $x \in [-1, 1)$.

Angebotene Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------|---------------------------------------|----------------------|-----------------------------|---------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-\ln(6) + 5$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\ln(6) - 7.5$ | <input type="checkbox"/> 3 | $-\ln(6) - 7.5$ | <input type="checkbox"/> 4 | $\ln(-4) - 7.5$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\ln(-4)$ | <input type="checkbox"/> 6 | $\ln(6)$ | <input checked="" type="checkbox"/> 7 | Die Reihe divergiert | <input type="checkbox"/> 8 | $\ln(6) + 5$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{1}{1-5} - 7.5$ | <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{1}{1-5}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $e^5 - 7.5$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{1}{1-5} + 5$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|-----------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $-\ln(6) + 5$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| <input type="checkbox"/> 2 | $\ln(6) - 7.5$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| <input type="checkbox"/> 3 | $-\ln(6) - 7.5$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| <input type="checkbox"/> 4 | $\ln(-4) - 7.5$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| <input type="checkbox"/> 5 | $-\ln(-4)$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| <input type="checkbox"/> 6 | $\ln(6)$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| <input checked="" type="checkbox"/> 7 | Die Reihe divergiert | richtig |
| <input type="checkbox"/> 8 | $\ln(6) + 5$ | DF: Konvergenzbereich nicht beachtet |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{1}{1-5} - 7.5$ | DF: Falsche Reihe verwendet |
| <input type="checkbox"/> 10 | $\frac{1}{1-5}$ | DF: Falsche Reihe verwendet |
| <input type="checkbox"/> 11 | $e^5 - 7.5$ | DF: Falsche Reihe verwendet |
| <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{1}{1-5} + 5$ | DF: Falsche Reihe verwendet |

MV 05 Blatt 03 Kapitel 3.1 Grenzwerte
 Keine Folgen Nummer: 58 0 2005030008 Kl: 14G
 Grad: 50 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 13.1.4: Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{45+5n}{n+3}$, $n \in \mathbf{N}$. Finden Sie den Grenzwert a von a_n und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale m (abhängig von ε), für das $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt. Bitte beachten Sie, dass $\lceil x \rceil$ die Zahl $z \in \mathbf{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und z minimal.

Parameter:

$x_1, x_2, x_3 =$ Elemente des Bruches, $x_3 =$ Grenzwert $x_1 \geq 2 \cdot x_2$

Die Folge lautet also: $a_n = \frac{\{x_3 \cdot x_1\} + x_3 n}{n + x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 9$, $x_2 = 3$, $x_3 = 5$.

Erklärung:

$$\frac{a(n+b)}{n+c} \rightarrow a \quad \text{der Rest ist Rechnen mit Beträgen}$$

Rechnung:

$$\frac{5n+45}{n+3} = 5 + \frac{6}{n+3}$$

also ist 5 der Grenzwert und es muss gelten $|a_n - a| = |5 + \frac{6}{n+3} - 5| = \frac{6}{n+3} \leq \varepsilon$.

$$\frac{6}{n+3} \leq \varepsilon \Leftrightarrow 6 \leq \varepsilon(n+3) \Leftrightarrow \frac{6}{\varepsilon} - 3 \leq n$$

Damit ist $\frac{6}{\varepsilon} - 3$ das maximale m , für das die Bedingung $|a_m - a| \leq \varepsilon$ gilt.

Angebote Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|--|-----------------------------|---|-----------------------------|---|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1 | $m = \lceil \frac{12}{\varepsilon} - 9 \rceil$ | <input type="checkbox"/> 2 | $m = \lceil \frac{9}{\varepsilon} \rceil$ | <input type="checkbox"/> 3 | $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} - 9 \rceil$ | <input type="checkbox"/> 4 | $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} \rceil$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | Folge divergiert | <input type="checkbox"/> 6 | $m = \lceil \frac{9}{\varepsilon} - 9 \rceil$ | <input type="checkbox"/> 7 | $m = \lceil \varepsilon \rceil$ | <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} - 3 \rceil$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} - 9 \rceil$ | <input type="checkbox"/> 10 | $m = \lceil \frac{\varepsilon}{9} \rceil$ | <input type="checkbox"/> 11 | $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} \rceil$ | <input type="checkbox"/> 12 | $m = \lceil \frac{12}{\varepsilon} - 3 \rceil$ |

Fehlerinterpretation:

- | | | |
|---------------------------------------|--|-----------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $m = \lceil \frac{12}{\varepsilon} - 9 \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 2 | $m = \lceil \frac{9}{\varepsilon} \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 3 | $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} - 9 \rceil$ | DF: 9 abgezogen |
| <input type="checkbox"/> 4 | $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} \rceil$ | DF: 3 nicht abgezogen |
| <input type="checkbox"/> 5 | Folge divergiert | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 6 | $m = \lceil \frac{9}{\varepsilon} - 9 \rceil$ | DF: 9 abgezogen |
| <input type="checkbox"/> 7 | $m = \lceil \varepsilon \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| <input checked="" type="checkbox"/> 8 | $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} - 3 \rceil$ | richtig |
| <input type="checkbox"/> 9 | $m = \lceil \frac{6}{\varepsilon} - 9 \rceil$ | DF: 9 abgezogen |
| <input type="checkbox"/> 10 | $m = \lceil \frac{\varepsilon}{9} \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 11 | $m = \lceil \frac{1}{\varepsilon} \rceil$ | DF: Lösung geraten |
| <input type="checkbox"/> 12 | $m = \lceil \frac{12}{\varepsilon} - 3 \rceil$ | DF: Lösung geraten |

MV 05 Blatt 01 Kapitel 2.2 Summen
 geometrische Grundlagen Nummer: 62 0 2005010008 Kl: 14G
 Grad: 50 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 13.1.5: Berechnen Sie $\sum_{k=0}^n \frac{5^{k+3}}{3^{k-1}}$ für $n \in \mathbb{N}$.

Parameter:

- $x_1 =$ Basis des Zählers $x_1 > 1$
- $x_2 =$ Basis des Nenners $x_1 > x_2 > 1$
- $x_3 =$ Summand im Zähler $x_3 > 0$
- $x_4 =$ Subtrahend im Nenner $x_4 > 0$

Die Summe lautet also: $\sum_{k=0}^n \frac{(x_1)^{k+x_3}}{(x_2)^{k-x_4}}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$, $x_2 = 3$, $x_3 = 3$, $x_4 = 1$.

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^n \frac{p^k}{q^k} = \frac{1 - (\frac{p}{q})^{k+1}}{1 - \frac{p}{q}}$$

Rechnung:

$$\sum_{k=0}^n \frac{5^{k+3}}{3^{k-1}} = \frac{5^3}{3^{-1}} \cdot \sum_{k=0}^n \frac{5^k}{3^k} = 5^3 \cdot 3^1 \cdot \sum_{k=0}^n \left(\frac{5}{3}\right)^k = 375 \cdot \frac{1 - (\frac{5}{3})^{n+1}}{1 - \frac{5}{3}}$$

Angebote Lösungen:

- | | | | | | | | |
|----------------------------|---|---------------------------------------|---|-----------------------------|---|-----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | $\frac{125}{3} \cdot (1 + \frac{5}{3})^{n+1}$ | <input type="checkbox"/> 2 | $\frac{5^4}{3^2}$ | <input type="checkbox"/> 3 | $(1 + \frac{5}{3})^{n+1}$ | <input type="checkbox"/> 4 | $(\frac{5}{3})^{n+1}$ |
| <input type="checkbox"/> 5 | $375 \cdot \frac{\frac{5}{3}^2 + \frac{5}{3}}{2}$ | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | $375 \cdot \frac{1 - (\frac{5}{3})^{n+1}}{1 - \frac{5}{3}}$ | <input type="checkbox"/> 7 | $\frac{125}{3} \cdot (\frac{5}{3})^{n+1}$ | <input type="checkbox"/> 8 | $\frac{1 - (\frac{5}{3})^{n+1}}{1 - \frac{5}{3}}$ |
| <input type="checkbox"/> 9 | $\frac{\frac{5}{3}^2 + \frac{5}{3}}{2}$ | <input type="checkbox"/> 10 | $375 \cdot (\frac{5}{3})^{n+1}$ | <input type="checkbox"/> 11 | $\frac{125}{3} \cdot \frac{\frac{5}{3}^2 + \frac{5}{3}}{2}$ | <input type="checkbox"/> 12 | $\frac{125}{3} \cdot \frac{1 - (\frac{5}{3})^{n+1}}{1 - \frac{5}{3}}$ |

Fehlerinterpretation:

- 1 $\frac{125}{3} \cdot (1 + \frac{5}{3})^{n+1}$ DF: Dies ist nicht die Binomische Formel
- 2 $\frac{5^4}{3^2}$ DF: Summand angegeben
- 3 $(1 + \frac{5}{3})^{n+1}$ DF: Dies ist nicht die Binomische Formel
- 4 $(\frac{5}{3})^{n+1}$ DF: Lösung geraten
- 5 $375 \cdot \frac{5^2 + \frac{5}{3}}{2}$ DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
- 6 $375 \cdot \frac{1 - (\frac{5}{3})^{n+1}}{1 - \frac{5}{3}}$ richtig
- 7 $\frac{125}{3} \cdot (\frac{5}{3})^{n+1}$ DF: Lösung geraten
- 8 $\frac{1 - (\frac{5}{3})^{n+1}}{1 - \frac{5}{3}}$ DF: Ausklammern vergessen
- 9 $\frac{5^2 + \frac{5}{3}}{2}$ DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
- 10 $375 \cdot (\frac{5}{3})^{n+1}$ DF: Lösung geraten
- 11 $\frac{125}{3} \cdot \frac{5^2 + \frac{5}{3}}{2}$ DF: Dies ist nicht Summe der natürlichen Zahlen
- 12 $\frac{125}{3} \cdot \frac{1 - (\frac{5}{3})^{n+1}}{1 - \frac{5}{3}}$ DF: Falsch ausgeklammert

MV 05 Blatt 03 Kapitel 3.1 Grenzwerte
 Keine Folgen Nummer: 63 0 2005030009 Kl: 14G
 Grad: 50 Zeit: 20 Quelle: keine W

Aufgabe 13.1.6: Gegeben sei die Folge $a_n = \frac{18(n^2 + (-1)^n)}{4n^2 + 4}$, $n \in \mathbf{N}$. Finden Sie den Grenzwert a von a_n und finden Sie für alle $0 < \varepsilon < 1$ das minimale m (abhängig von ε), für das $|a_m - a| < \varepsilon$ gilt. Bitte beachten Sie, dass $\lceil x \rceil$ die Zahl $z \in \mathbf{Z}$ ist, für die gilt $z \geq x$ und z minimal.

Parameter:

$x_1, x_2 =$ Elemente des Bruches, $\frac{18}{4} =$ Grenzwert $x_1 \neq x_2$

Die Folge lautet also: $a_n = \frac{x_1(n^2 + (-1)^n)}{x_2 n^2 + x_2}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 18$, $x_2 = 4$.

Erklärung:

$$\frac{a(n^2 + (-1)^n)}{n^2} \rightarrow a \quad .$$

Rechnung:

$$\frac{18(n^2 + (-1)^n)}{4n^2 + 4} = \frac{18}{4} \cdot \frac{n^2 + (-1)^n}{n^2 + 1} = \frac{9}{2} \cdot (1 + \frac{(-1)^n - 1}{n^2 + 1})$$

damit ist $a = \frac{9}{2}$ und $|a_n - a| = \left| \frac{18}{4} \cdot \frac{(-1)^n - 1}{n^2 + 1} \right| = \begin{cases} \frac{9}{2n^2 + 1} & \text{für } n \text{ gerade} \\ 0 & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$

$$\frac{9}{2n^2 + 1} \leq \varepsilon \Leftrightarrow 9 \leq \varepsilon(n^2 + 1) \Leftrightarrow \frac{9}{\varepsilon} - 1 \leq n^2 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{9}{\varepsilon} - 1} \leq n$$

Sei $k = \lceil \sqrt{\frac{9}{\varepsilon} - 1} \rceil$. Wenn k gerade ist, dann gilt: $k - 1$ ist ungerade, dass heißt $|a_{k-1} - a| = 0 < \varepsilon$. Wie findet man also im geraden Fall die nächst kleinere ungerade Zahl, während man im ungeraden Fall konstant bleibt? $2\lceil \frac{x}{2} \rceil - 1$ leistet genau das Gewünschte. Damit ist $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{9}{\varepsilon} - 1}}{2} \rceil - 1$.

Angebotene Lösungen:

- 1 $m = 2\lceil \frac{\sqrt{\frac{9}{\varepsilon} - 1}}{2} \rceil - 1$
- 2 $m = \lceil \sqrt{\frac{9}{\varepsilon}} \rceil$
- 3 $m = \lceil \pm \sqrt{\frac{9}{\varepsilon}} \rceil$
- 4 $m = \lceil \sqrt{\varepsilon} - 1 \rceil$
- 5 $m = \lceil \sqrt{\frac{9}{\varepsilon} - 1} \rceil$
- 6 $m = 2\lceil (\frac{9}{\varepsilon} - 1)^2 \rceil - 1$
- 7 $m = \lceil \varepsilon^2 + 1 \rceil$
- 8 $m = 2\lceil (\frac{9}{\varepsilon} - 1)^2 \rceil - 1$
- 9 $m = \lceil \pm \sqrt{\frac{9}{\varepsilon} - 1} \rceil$
- 10 $m = 2\lceil (\frac{\pm \frac{9}{\varepsilon} - 1}{2})^2 \rceil - 1$
- 11 $m = \lceil \frac{\varepsilon^2 + 1}{2} \rceil$
- 12 $m = 2\lceil \frac{\pm \sqrt{\frac{9}{\varepsilon} - 1}}{2} \rceil - 1$

Fehlerinterpretation:

<input checked="" type="checkbox"/>	$m = 2\lceil \sqrt{\frac{9}{\varepsilon} - 1} \rceil - 1$	richtig
<input type="checkbox"/>	$m = \lceil \sqrt{\frac{9}{\varepsilon}} \rceil$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$m = \lceil \pm \sqrt{\frac{9}{\varepsilon}} \rceil$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$m = \lceil \sqrt{\varepsilon} - 1 \rceil$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$m = \lceil \sqrt{\frac{9}{\varepsilon} - 1} \rceil$	DF: 'fast richtig', nur gerade und ungerade nicht beachtet
<input type="checkbox"/>	$m = 2\lceil (\frac{9}{\varepsilon} - 1)^2 \rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch
<input type="checkbox"/>	$m = \lceil \varepsilon^2 + 1 \rceil$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$m = 2\lceil (\frac{9}{\varepsilon} - 1)^2 \rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch
<input type="checkbox"/>	$m = \lceil \pm \sqrt{\frac{9}{\varepsilon} - 1} \rceil$	DF: \pm ist bei positiven m falsch
<input type="checkbox"/>	$m = 2\lceil (\frac{\pm 9}{\varepsilon} - 1)^2 \rceil - 1$	DF: Quadratur ist falsch
<input type="checkbox"/>	$m = \lceil \frac{\varepsilon^2 + 1}{2} \rceil$	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$m = 2\lceil \pm \sqrt{\frac{9}{\varepsilon} - 1} \rceil - 1$	DF: \pm ist bei positiven m falsch

MV 05 Blatt 04 Kapitel 3.3 Reihenwerte
 Reihen Folgen Nummer: 86 0 200504007 Kl: 14G
 Grad: 50 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 13.1.7: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$$

Parameter:

$x_1 =$ Zähler der Reihe $x_1 > 2$

$x_2 =$ erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2, 3$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{x_1^n}{n!}$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5$ $x_2 = 2$.

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{5^n}{n!} = e^5$. Die Reihe beginnt bei $i = 2$. Damit muss vom Ergebnis noch $1 + 5$ abgezogen werden. Damit ist

$$\sum_{i=2}^{\infty} \frac{5^n}{n!} = e^5 - 6$$

Angeborene Lösungen:

<input checked="" type="checkbox"/>	$e^5 - 6$	<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{1-5} + 18.5$	<input type="checkbox"/>	$\ln(5)$	<input type="checkbox"/>	$\sin(5) + 1$
<input type="checkbox"/>	$\cos(5) + 6$	<input type="checkbox"/>	$e^5 + 6$	<input type="checkbox"/>	$e^5 - 1$	<input type="checkbox"/>	e^5
<input type="checkbox"/>	$e^5 - 18.5$	<input type="checkbox"/>	$e^5 + 18.5$	<input type="checkbox"/>	$\sin(5) - 6$	<input type="checkbox"/>	$\cos(5) - 1$

Fehlerinterpretation:

<input checked="" type="checkbox"/>	$e^5 - 6$	richtig
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{1-5} + 18.5$	DF: falsche Reihe verwendet
<input type="checkbox"/>	$\ln(5)$	DF: falsche Reihe verwendet
<input type="checkbox"/>	$\sin(5) + 1$	DF: falsche Reihe verwendet
<input type="checkbox"/>	$\cos(5) + 6$	DF: falsche Reihe verwendet
<input type="checkbox"/>	$e^5 + 6$	DF: Addiert statt subtrahiert
<input type="checkbox"/>	$e^5 - 1$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
<input type="checkbox"/>	e^5	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
<input type="checkbox"/>	$e^5 - 18.5$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
<input type="checkbox"/>	$e^5 + 18.5$	DF: Addiert statt subtrahiert
<input type="checkbox"/>	$\sin(5) - 6$	DF: falsche Reihe verwendet
<input type="checkbox"/>	$\cos(5) - 1$	DF: falsche Reihe verwendet

MV 05 Blatt 04 Kapitel 3.3 Reihenwerte
Reihen Folgen Nummer: 103 0 200504008 Kl: 14G
Grad: 50 Zeit: 30 Quelle: keine W

Aufgabe 13.1.8: Gegen welchen reellen Wert konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{6 \cdot (2n)!}$$

Parameter:

x_1 = Zähler der Reihe $x_1 > 2$
 x_2 = erstes Glied der Reihe $x_2 = 1, 2$
 x_5 = Faktor im Nenner $x_5 > 1$

Die Reihe lautet also: $\sum_{i=x_2}^{\infty} \frac{(-1)^n x_1^{2n}}{x_5 \cdot (2n)!}$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6$ $x_2 = 1$, $x_5 = 6$.

Erklärung:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = \cos x$$

Rechnung:

$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = \cos x$ damit ist $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} = \cos 6$. Der Faktor 6 im Nenner ist unabhängig von n , kann also ausgeklammert werden: $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{6 \cdot (2n)!} = \frac{1}{6} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} = \frac{1}{6} \cos 6$. Die Reihe beginnt bei $i = 1$. Damit muss von dem Wert noch 1 abgezogen werden.

$$\frac{1}{6} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{2n}}{(2n)!} = \frac{1}{6} ((\cos 6) - (1)).$$

Angebotene Lösungen:

<input type="checkbox"/> 1	$\sin(1) - (-17)$	<input type="checkbox"/> 2	$\frac{1}{6} \sin 6$	<input type="checkbox"/> 3	$\frac{1}{6} ((\sin 6) - (-17))$	<input type="checkbox"/> 4	$\sin 1$
<input type="checkbox"/> 5	$\sin(1) - (1)$	<input checked="" type="checkbox"/> 6	$\frac{1}{6} ((\cos 6) - (1))$	<input type="checkbox"/> 7	Die Reihe divergiert	<input type="checkbox"/> 8	$\cos(1) - (-17)$
<input type="checkbox"/> 9	$\cos 1$	<input type="checkbox"/> 10	$\cos(1) - (1)$	<input type="checkbox"/> 11	$\frac{1}{6} \cos 6$	<input type="checkbox"/> 12	$\frac{1}{6} ((\cos 6) - (-17))$

Fehlerinterpretation:

<input type="checkbox"/>	$\sin(1) - (-17)$	DF: $\frac{1}{6}$ nicht ausgeklammert
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{6} \sin 6$	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{6} ((\sin 6) - (-17))$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet
<input type="checkbox"/>	$\sin 1$	DF: $\frac{1}{6}$ nicht ausgeklammert
<input type="checkbox"/>	$\sin(1) - (1)$	DF: $\frac{1}{6}$ nicht ausgeklammert
<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{1}{6} ((\cos 6) - (1))$	richtig
<input type="checkbox"/>	Die Reihe divergiert	DF: Lösung geraten
<input type="checkbox"/>	$\cos(1) - (-17)$	DF: $\frac{1}{6}$ nicht ausgeklammert
<input type="checkbox"/>	$\cos 1$	DF: $\frac{1}{6}$ nicht ausgeklammert
<input type="checkbox"/>	$\cos(1) - (1)$	DF: $\frac{1}{6}$ nicht ausgeklammert
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{6} \cos 6$	DF: Reihenbeginn nicht beachtet
<input type="checkbox"/>	$\frac{1}{6} ((\cos 6) - (-17))$	DF: Reihenbeginn falsch beachtet

Allgemeine Hinweise:

Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).

Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: <http://www.vorkurs.de.vu>