Blatt Nr 14.00

Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 14

MV 05	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
keine	Stetigkeit	Nummer: 1 0 200506011	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 14.1.1: Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = -x^2+8x+3$, $x_0 = 4$ und sei $\varepsilon = \frac{1}{4}$ gewählt. Bestimmen Sie das maximale $\delta > 0$ mit der Eigenschaft, dass für alle x, für die $|x - x_0| < \delta$ gilt, $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ ist oder $f((x_0 - \delta, x_0 + \delta)) \subseteq (f(x_0) - \varepsilon, f(x_0) + \varepsilon)$.

Parameter:

$x_2 = x-$ Wert des Scheitels $= x_0$, $x_3 = y-$ Wert des $y-$ Achsenschnittpunktes, $\varepsilon = \frac{1}{(x_1)^2}$, $x_i > 1$, $i = 1, 2, 3$
Es gilt also $f(x) = -x^2 + \{2 \cdot x_2\}x + x_3$.
In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2$ $\quad x_2 = 4$ $\quad x_3 = 3$.

Erklärung:

Um das δ zu finden, kann folgende Formel (nach Schmid) probiert werden:

$$\delta(\varepsilon, x_0) = \pm(f^{-1}(f(x_0) \pm \varepsilon) - x_0)$$

Rechnung:

$f(x_0) = f(4) = 19$. x_0 ist der Scheitel bzw. Hochpunkt der Parabel. Um $f^{-1}(x)$ zu berechnen, müssen wir die Gleichung $x = -y^2 + 8y + 3$ nach y auflösen:

$$y^2 - 8y - 3 + x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 12 - 4x}}{2} \quad \Leftrightarrow \quad y = 4 \pm \sqrt{19 - x}$$

$$f^{-1}(f(x_0) - \varepsilon) = f^{-1}\left(\frac{76-1}{4}\right) = 4 \pm \sqrt{19 - \frac{75}{4}} = 4 \pm \sqrt{\frac{76-75}{4}} = 4 \pm \sqrt{\frac{1}{4}} = 4 \pm \frac{1}{2}.$$

Damit ist $f^{-1}(f(x_0) - \varepsilon) - x_0 = \pm\frac{1}{2}$. Mit $\delta = \frac{1}{2}$ gilt $|f(x_0) - f(x_0 - \delta)| = |f(x_0 + \delta) - f(x_0)| = \varepsilon$. Aus den diversen Monotonieeigenschaften folgt $\delta = \frac{1}{2}$. $f^{-1}(f(x_0) + \varepsilon) - x_0$ ist nicht definiert. Bitte beachten Sie, dass $f((x_0 - \delta, x_0 + \delta)) = (f(x_0 - \varepsilon), f_(x_0)]$ ist und damit die Teilmengenbeziehung echt ist.

Angebotene Lösungen:

1 $\delta = x_0$	2 $\delta = \pm\frac{1}{2}$	3 $\delta = -\frac{1}{4}$	4 $\delta = \pm\frac{1}{16}$
5 $\delta = \pm x_0$	6 $\delta = \frac{1}{4}$	7 $\delta = -\frac{1}{2}$	8 $\delta = \pm\varepsilon$
9 $\delta = 0$	10 $\delta = \frac{1}{16}$	☒ $\delta = \frac{1}{2}$	12 $\delta = -\frac{1}{16}$

Fehlerinterpretation:

1	$\delta = x_0$	DF: Lösung geraten
2	$\delta = \pm\frac{1}{2}$	DF: δ ist eindeutig
3	$\delta = -\frac{1}{4}$	DF: Lösung geraten
4	$\delta = \pm\frac{1}{16}$	DF: Lösung geraten
5	$\delta = \pm x_0$	DF: Lösung geraten
6	$\delta = \frac{1}{4}$	DF: Lösung geraten
7	$\delta = -\frac{1}{2}$	DF: $\delta > 0$
8	$\delta = \pm\varepsilon$	DF: Lösung geraten
9	$\delta = 0$	DF: $\delta > 0$
10	$\delta = \frac{1}{16}$	DF: Lösung geraten
☒	$\delta = \frac{1}{2}$	richtig
12	$\delta = -\frac{1}{16}$	DF: Lösung geraten

MV 05	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
Asymptoten	Funktionen	Nummer: 32 0 2005060009	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 14.1.2: Bestimmen Sie alle Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2 + 2x - 35}{x^3 + 9x^2}\right)$$

Parameter:

x_i = Nullstellen und Asymptoten des Logarithmusargumentes, $x_3 > x_2 > x_1 > 1$.

$$\text{Die Funktion lautet so:} \quad \ln\left(\frac{x^2 + \{x_2 - x_1\}x - \{x_2 \cdot x_1\}}{x^3 + x_3x^2}\right).$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5 \quad x_2 = 7 \quad x_3 = 9$.

Erklärung:

Die wichtigen Werte des ln sind: $\ln(0) = -\infty$, $\ln 1 = 0$ und $\ln \infty = \infty$. $\ln x$ ist nur für $x > 0$ definiert.

Rechnung:

$\ln x$ ist genau dann definiert, wenn $x > 0$ ist. Deshalb betrachten wir zuerst das Argument des ln:
$h(x) = \frac{x^2+2x-35}{x^3+9x^2} \ > \ 0$.
Wir wenden die Methode von Knapp an. Die Grenzen sind: -9, - 7, 0, 5. Mittels Punktprobe erhalten wir folgende Lösungen:
$(-\infty, -9)$: Nein ; $(-9, -7)$: Ja ; $(-7, 0)$: Nein ; $(0, 5)$: Nein ; $(5, \infty)$: Ja ;
Damit ist $\mathbb{D} = (-9, -7) \cup (5, \infty)$ $\ln h$ hat genau für $h = 0$ und $h = \infty$ senkrechte Asymptoten. Bei $h = -\infty$ hat $\ln h$ nicht unbedingt senkrechte Asymptoten. Damit gilt: $f(x)$ hat senkrechte Asymptoten bei $x = -9$, $x = -7$ und bei $x = 5$. Für $x \to \infty$ geht $h(x)$ gegen 0 und damit $\ln(h(x)) \to -\infty$. $f(x)$ hat weder waagrechte noch schiefe Asymptoten. Bei schiefen Asymptoten müsste es eine Gerade $g = mx+c$ geben mit $|\ln(h(x)) - g(x)| \to 0$ für $x \to \infty$.

Angebotene Lösungen:

[1] $x = -9, x = 0, y = 0$	[2] f hat keine
[3] $x = -9, x = -7, x = 0, x = 5, y = 0$	[4] $x = -9, x = -7, x = 0$
[5] $x = -9$	[X] $x = -9, x = -7, x = 5$
[7] $x = -9, x = -7, x = 5, y = 0$	[8] $x = -9, x = -7, y = 0$
[9] $x = -9, x = -7, x = 0, x = 5$	[10] $x = -9, x = 0$
[11] f hat unendlich viele	[12] $x = -9, x = -7, x = 0, x = 5, y = 1$

Fehlerinterpretation:

[1] $x = -9, x = 0, y = 0$	DF: Nullstellen von h sind senkrechte Asymptoten
[2] f hat keine	DF: falsch
[3] $x = -9, x = -7, x = 0, x = 5, y = 0$	DF: $x = 0$ grenzt nicht an $\mathbb{D}$
[4] $x = -9, x = -7, x = 0$	DF: Nullstellen von h sind senkrechte Asymptoten
[5] $x = -9$	DF: Nullstellen von h sind senkrechte Asymptoten
[X] $x = -9, x = -7, x = 5$	richtig
[7] $x = -9, x = -7, x = 5, y = 0$	DF: f hat keine waagrechten Asymptoten
[8] $x = -9, x = -7, y = 0$	DF: Nullstellen von h sind senkrechte Asymptoten
[9] $x = -9, x = -7, x = 0, x = 5$	DF: $x = 0$ grenzt nicht an $\mathbb{D}$
[10] $x = -9, x = 0$	DF: Nullstellen von h sind senkrechte Asymptoten
[11] f hat unendlich viele	DF: falsch
[12] $x = -9, x = -7, x = 0, x = 5, y = 1$	DF: $x = 0$ grenzt nicht an $\mathbb{D}$

MV 05	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
keine	Stetigkeit	Nummer: 72 0 200506010	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 14.1.3: Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = -5x + 5$, $x_0 = 7$ und sei ein $\varepsilon > 0$ fest gewählt. Bestimmen Sie das maximale $\delta > 0$ (abhängig von ε) mit der Eigenschaft, dass für alle x, für die $|x - x_0| < \delta$ gilt, $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ ist oder $f((x_0 - \delta, x_0 + \delta)) \subseteq (f(x_0) - \varepsilon, f(x_0) + \varepsilon)$. Damit haben Sie die Stetigkeit von f an der Stelle x_0 gezeigt.

Parameter:

$x_1 =$ (negative) Steigung, $x_2 = y-$ Achsenabschnitt von f, x_3 entspricht x_0, $x_2 \neq x_3$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 7$.

Erklärung:

Um das δ zu finden, kann folgende Formel (nach Schmid) probiert werden:

$$\delta(\varepsilon, x_0) = \pm(f^{-1}(f(x_0) \pm \varepsilon) - x_0)$$

Rechnung:

$f^{-1}(x) = \frac{x-5}{-5}$. Nach der Formel von Schmid ist

$$\delta = \pm(f^{-1}(f(7) \pm \varepsilon) - 7) = \pm(f^{-1}(-30 \pm \varepsilon) - 7) = \pm(\frac{(-30 \pm \varepsilon) - 5}{-5} - 7) = \pm(\frac{-35}{-5} - 7 \pm \frac{\varepsilon}{-5}) = \pm\frac{\varepsilon}{-5}.$$

Wenn wir das negative Vorzeichen wählen, erhalten wir $\delta = \frac{\varepsilon}{5}$.
Es gilt $f(x_0 - \delta) = f(x_0) + \varepsilon$ und $f(x_0 + \delta) = f(x_0) - \varepsilon$.
Weil f streng monoton fallend ist, folgt die Behauptung. Bitte beachten Sie hierbei, dass $f((x_0 - \delta, x_0 + \delta)) = (f(x_0 - \varepsilon), f(x_0 + \varepsilon))$ ist. Die gilt normalerweise nicht.

Angebotene Lösungen:

1 $\pm\frac{\varepsilon}{7}$	2 $\frac{-\varepsilon+5}{5}$	3 0	4 ε
☒ $\frac{\varepsilon}{5}$	6 $\frac{\varepsilon}{7}$	7 $\frac{\varepsilon-7}{5}$	8 $\pm\frac{\varepsilon}{5}$
9 $\pm\varepsilon$	10 $\frac{2}{5}$	11 $\frac{\varepsilon-5}{5}$	12 $\frac{-\varepsilon+5}{7}$

Fehlerinterpretation:

1	$\pm\frac{\varepsilon}{7}$	DF: δ ist eindeutig
2	$\frac{-\varepsilon+5}{5}$	DF: geraten
3	0	DF: geraten
4	ε	DF: Lösung geraten
☒	$\frac{\varepsilon}{5}$	richtig
6	$\frac{\varepsilon}{7}$	DF: geraten
7	$\frac{\varepsilon-7}{5}$	DF: geraten
8	$\pm\frac{\varepsilon}{5}$	DF: δ ist eindeutig
9	$\pm\varepsilon$	DF: Lösung geraten
10	$\frac{2}{5}$	DF: geraten
11	$\frac{\varepsilon-5}{5}$	DF: geraten
12	$\frac{-\varepsilon+5}{7}$	DF: geraten

MV 05	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
Asymptoten	Funktionen	Nummer: 80 0 200506009	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 14.1.4: Bestimmen Sie alle Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \arctan_0\left(\frac{(5x+25)\cdot(x+8)}{(5x+50)\cdot(x+5)}\right)$$

Parameter:

x_i = Nullstellen und Asymptoten des Arkustangensargumentes, $x_i \geq 2$
x_2, x_3, x_4 paarweise verschieden.

$$\text{Die Funktion lautet so: } f(x) = \arctan_0\left(\frac{(x_1x + \{x_1 \cdot x_2\}) \cdot (x + x_3)}{(x_1x + \{x_1 \cdot x_4\}) \cdot (x + x_2)}\right) \quad .$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 8 \quad x_4 = 10$.

Erklärung:

Die wichtigen Werte des $\arctan_0$ sind: $\arctan_0(0) = 0$, $\arctan_0(\pm 1) = \frac{\pm\pi}{4}$ und $\arctan_0(\pm\infty) = \frac{\pm\pi}{2}$.

Rechnung:

Senkrechte Asymptoten des Arkustangesargumentes erzeugen lediglich eine Unstetigkeitsstelle aber keine senkrechte Asymptote. Zum Beispiel gilt für die Funktion $g(x) = \arctan_0(\frac{1}{x})$:

$$\lim_{x\to 0, x<0} \arctan_0(\frac{1}{x}) = \frac{-\pi}{2} \qquad \lim_{x\to 0, x>0} \arctan_0(\frac{1}{x}) = \frac{\pi}{2}$$

Der Betrag beider Grenzwerte ist ungleich unendlich, damit liegen keine senkrechten Asymptoten vor.

$$\lim_{x\to-\infty} \arctan_0\left(\frac{(5x+25)\cdot(x+8)}{(5x+50)\cdot(x+5)}\right) = \arctan_0(1) = \frac{\pi}{4} = \lim_{x\to+\infty} \arctan_0\left(\frac{(5x+25)\cdot(x+8)}{(5x+50)\cdot(x+5)}\right) \quad .$$

Damit ist die einzige (waagrechte) Asymptote $y = \frac{\pi}{4}$.

Angebotene Lösungen:

1 $y = \frac{\pi}{4}$, $x = -5$ und $x = -10$	2 $y = \frac{\pi}{2}$ und $x = -10$	3 $y = 0$, $x = -5$ und $x = -10$
4 f hat unendlich viele	☒ $y = \frac{\pi}{4}$	6 $x = -5$ und $x = -10$
7 f hat keine	8 $y = 0$	9 $y = \pm\frac{\pi}{2}$, $x = -5$ und $x = -10$
10 $y = \frac{\pi}{2}$, $x = -5$ und $x = -10$	11 $y = \frac{\pi}{4}$ und $x = -10$	12 $y = 0$ und $x = -10$

Fehlerinterpretation:

1 $y = \frac{\pi}{4}$, $x = -5$ und $x = -10$	DF: f hat keine senkrechten Asymptoten
2 $y = \frac{\pi}{2}$ und $x = -10$	DF: f hat keine senkrechten Asymptoten
3 $y = 0$, $x = -5$ und $x = -10$	DF: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$
4 f hat unendlich viele	DF: falsch
☒ $y = \frac{\pi}{4}$	richtig
6 $x = -5$ und $x = -10$	DF: f hat keine senkrechten Asymptoten
7 f hat keine	DF: falsch
8 $y = 0$	DF: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$
9 $y = \pm\frac{\pi}{2}$, $x = -5$ und $x = -10$	DF: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\frac{\pi}{4}$
10 $y = \frac{\pi}{2}$, $x = -5$ und $x = -10$	DF: f hat keine senkrechten Asymptoten
11 $y = \frac{\pi}{4}$ und $x = -10$	DF: f hat keine senkrechten Asymptoten
12 $y = 0$ und $x = -10$	DF: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$

MV 05	Blatt 09	Kapitel 6.4	trigonometrische
keine	ElementareFktn	Nummer: 97 0 200509007	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 14.1.5: Bestimmen Sie die Summe $6\sin(ax) + 10\cos(ax)$ als Term von der Form $C \cdot \cos(ax + \varphi)$ für alle $a \in \mathbb{R}^+$ und $x \in \mathbb{R}$.

Parameter:

x_1 = Faktor vor dem Sinus $x_1 > 1$.
x_2 = Faktor vor dem Kosinus $x_2 > x_1$.

Die Formel lautet: $x_1 \sin(ax) + x_2 \cos(ax)$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 6 \quad x_2 = 10$.

Erklärung:

Wenden Sie das Additionstheorem des Kosinus auf $\cos(ax + \varphi)$ an und machen Sie dann einen Koeffizientenvergleich.

Rechnung:

$$C\cos(ax+\varphi) \;=\; C\cos(ax)\cos\varphi - C\sin(ax)\sin\varphi \;=\; 10\cos(ax) + 6\sin(ax).$$

Koeffizientenvergleich ergibt (1) $10 = C\cos\varphi$ und (2) $-6 = C\sin\varphi$.
Beide Gleichungen quadriert ergeben $10^2 + 6^2 = C^2$, also $C = \pm\sqrt{10^2+6^2} = \pm\sqrt{136}$.

Gleichung (2) durch Gleichung (1) dividiert ergibt $\frac{C\sin\varphi}{C\cos\varphi} = \frac{-6}{10} = \tan\varphi$.

Also ist $\varphi = \arctan(\,\frac{-3}{5})$.
Hier kann der $\arctan_0$ verwendet werden, wenn das Vorzeichen von C entsprechend angepasst wird:
Wir wählen $x = 0$, dann gilt $6\sin(ax) + 10\cos(ax)|_{x=0} = 10$ und $\pm\sqrt{136}\cos(\arctan(\,\frac{-3}{5})) = 10$, wenn das positive Zeichen gewählt wurde. Wäre der Faktor vor dem Kosinus negativ gewesen, dann hätten wir das negative Vorzeichen wählen müssen.

Angebotene Lösungen:

☐ 1 $\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-5}{3}))$	☐ 2 $\pm\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\pm\frac{5}{3}))$	☐ 3 $\pm\sqrt{64}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$
☐ 4 $-\sqrt{64}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-5}{3}))$	☐ 5 $\pm\sqrt{64}\cos(ax+\arctan_0(\pm\frac{5}{3}))$	☐ 6 $\sqrt{64}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$
☐ 7 $-\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	☐ 8 $-\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-5}{3}))$	☐ 9 $\pm\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-5}{3}))$
☒ $\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	☐ 11 $\pm\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	☐ 12 $-\sqrt{64}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$

Fehlerinterpretation:

☐ 1 $\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-5}{3}))$	DF: Falsch dividiert
☐ 2 $\pm\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\pm\frac{5}{3}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☐ 3 $\pm\sqrt{64}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☐ 4 $-\sqrt{64}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-5}{3}))$	DF: Falsches Vorzeichen gewählt
☐ 5 $\pm\sqrt{64}\cos(ax+\arctan_0(\pm\frac{5}{3}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☐ 6 $\sqrt{64}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	DF: Fehler beim Quadrieren
☐ 7 $-\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	DF: Falsches Vorzeichen gewählt
☐ 8 $-\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-5}{3}))$	DF: Falsches Vorzeichen gewählt
☐ 9 $\pm\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-5}{3}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☒ $\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	richtig
☐ 11 $\pm\sqrt{136}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☐ 12 $-\sqrt{64}\cos(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	DF: Falsches Vorzeichen gewählt

MV 05	Blatt 09	Kapitel 6.4	trigonometrische
keine	ElementareFktn	Nummer: 101 0 200509008	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 14.1.6: Bestimmen Sie die Summe $3\sin(ax) - 5\sqrt{2}\cos(ax + \frac{\pi}{4})$ als Term von der Form $C \cdot \sin(ax+\varphi)$ für alle $a \in \mathbb{R}^+$ und $x \in \mathbb{R}$.

Parameter:

x_1 = Faktor vor dem Sinus $x_1 > 1$.
x_2 = Faktor vor dem Kosinus $x_1 > x_2 > 1$.

Die Formel lautet: $x_1\sin(ax) - \sqrt{2}x_2\cos(ax + \frac{\pi}{4})$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 3 \quad x_2 = 5$.

Erklärung:

Wenden Sie die Additionstheoreme des Kosinus und Sinus auf $\sin(ax+\varphi)$ und auf $\cos(ax+\frac{\pi}{4})$ an und machen Sie dann einen Koeffizientenvergleich.

Rechnung:

$$\begin{array}{rcllll} -\sqrt{2}\cdot 5\cos(ax+\frac{\pi}{4}) & = & -\sqrt{2}\cdot 5\cos(ax)\cos(\frac{\pi}{4}) & + & \sqrt{2}\cdot 5\sin(ax)\sin(\frac{\pi}{4}) & \text{Kosinus - Additionstheorem} \\ & = & -5\sqrt{2}\cdot\cos(ax)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} & + & 5\sqrt{2}\sin(ax)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} & \cos\frac{\pi}{4}=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2} \\ & = & -5\cos(ax)+5\sin(ax) & & & \end{array}$$

$C\sin(ax+\varphi) \;=\; C\sin(ax)\cos\varphi + C\cos(ax)\sin\varphi \;=\; -5\cos(ax)+5\sin(ax)+3\sin(ax) \;=\; -5\cos(ax)+8\sin(ax)$.

Koeffizientenvergleich ergibt (1) $-5 \;=\; C\cos\varphi$ und (2) $8 \;=\; C\sin\varphi$.

Beide Gleichungen quadriert ergeben $5^2+8^2=C^2$, also $C \;=\; \pm\sqrt{5^2+8^2} \;=\; \pm\sqrt{89}$.

Gleichung (2) durch Gleichung (1) dividiert ergibt $\frac{C\sin\varphi}{C\cos\varphi} \;=\; \frac{-8}{5} \;=\; \tan\varphi$.

Also ist $\varphi=\arctan(\frac{-8}{5})$.
Hier kann der $\arctan_0$ verwendet werden, wenn das Vorzeichen von C entsprechend angepasst wird:
Wir wählen $x=0$, dann gilt $8\sin(ax)-5\cos(ax)|_{x=0} \;=\; -5$ und $\pm\sqrt{89}\cos(\arctan(\frac{-8}{5}))=-5$, wenn das negative Zeichen gewählt wurde. Wäre der Faktor vor dem Kosinus positiv gewesen, dann hätten wir das positive Vorzeichen wählen müssen.

Angebotene Lösungen:

☐ 1 $\sqrt{89}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-8}{5}))$	☐ 2 $-\sqrt{39}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	☐ 3 $\pm\sqrt{39}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-8}{5}))$
☐ 4 $-\sqrt{39}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-8}{5}))$	☒ $-\sqrt{89}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-8}{5}))$	☐ 6 $\pm\sqrt{39}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$
☐ 7 $-\sqrt{89}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	☐ 8 $\sqrt{89}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	☐ 9 $\pm\sqrt{89}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-8}{5}))$
☐ 10 $\sqrt{39}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-8}{5}))$	☐ 11 $8\sin(ax+5)$	☐ 12 $\pm\sqrt{89}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$

Fehlerinterpretation:

☐ 1 $\sqrt{89}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-8}{5}))$	DF: falsche Punktprobe
☐ 2 $-\sqrt{39}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	DF: Fehler beim Satz von Pythagoras
☐ 3 $\pm\sqrt{39}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-8}{5}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☐ 4 $-\sqrt{39}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-8}{5}))$	DF: Fehler beim Satz von Pythagoras
☒ $-\sqrt{89}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-8}{5}))$	richtig
☐ 6 $\pm\sqrt{39}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☐ 7 $-\sqrt{89}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	DF: Fehler beim Additionstheorem
☐ 8 $\sqrt{89}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	DF: Fehler beim Additionstheorem
☐ 9 $\pm\sqrt{89}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-8}{5}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☐ 10 $\sqrt{39}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-8}{5}))$	DF: Fehler beim Satz von Pythagoras
☐ 11 $8\sin(ax+5)$	DF: Lösung geraten
☐ 12 $\pm\sqrt{89}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-3}{5}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig

Allgemeine Hinweise:
Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware @yahoo.de).
Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: http: / / www.vorkurs.de.vu