Mathe Vorkurs Online - Übungen Blatt 14

MV 05	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
Asymptoten	Funktionen	Nummer: 50 0 2005060009	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 14.1.1: Bestimmen Sie alle Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2+4x-32}{x^3+10x^2}\right)$$

Parameter:

x_i = Nullstellen und Asymptoten des Logarithmusargumentes, $x_3 > x_2 > x_1 > 1$.

$$\text{Die Funktion lautet so:} \quad \ln\left(\frac{x^2+\{x_2-x_1\}x-\{x_2\cdot x_1\}}{x^3+x_3x^2}\right).$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \quad x_2 = 8 \quad x_3 = 10$.

Erklärung:

Die wichtigen Werte des ln sind: $\ln(0) = -\infty$, $\ln 1 = 0$ und $\ln\infty = \infty$. $\ln x$ ist nur für $x > 0$ definiert.

Rechnung:

$\ln x$ ist genau dann definiert, wenn $x > 0$ ist. Deshalb betrachten wir zuerst das Argument des ln:
$h(x) = \frac{x^2+4x-32}{x^3+10x^2} > 0$.
Wir wenden die Methode von Knapp an. Die Grenzen sind: -10, - 8, 0, 4. Mittels Punktprobe erhalten wir folgende Lösungen:
$(-\infty,-10)$: Nein ; $(-10,-8)$: Ja ; $(-8,0)$: Nein ; $(0,4)$: Nein ; $(4,\infty)$: Ja ;
Damit ist $\mathbb{D} = (-10,-8)\cup(4,\infty)$ $\ln h$ hat genau für $h = 0$ und $h = \infty$ senkrechte Asymptoten. Bei $h = -\infty$ hat $\ln h$ nicht unbedingt senkrechte Asymptoten. Damit gilt: $f(x)$ hat senkrechte Asymptoten bei $x = -10$, $x = -8$ und bei $x = 4$. Für $x \to \infty$ geht $h(x)$ gegen 0 und damit $\ln(h(x)) \to -\infty$. $f(x)$ hat weder waagrechte noch schiefe Asymptoten. Bei schiefen Asymptoten müsste es eine Gerade $g = mx+c$ geben mit $|\ln(h(x))-g(x)| \to 0$ für $x \to \infty$.

Angebotene Lösungen:

1	f hat keine	2	$x=-10, x=-8, x=0$
3	$x=-10, x=-8, x=0, x=4, y=1$	4	$x=-10, x=0, y=0$
5	f hat unendlich viele	6	$x=-10, x=-8, x=0, x=4$
☒	$x=-10, x=-8, x=4$	8	$x=-10, x=-8, x=4, y=0$
9	$x=-10, x=0$	10	$x=-10, x=-8, y=0$
11	$x=-10, x=-8, x=0, x=4, y=0$	12	$x=-10$

Fehlerinterpretation:

1	f hat keine	DF: falsch
2	$x=-10, x=-8, x=0$	DF: Nullstellen von h sind senkrechte Asymptoten
3	$x=-10, x=-8, x=0, x=4, y=1$	DF: $x=0$ grenzt nicht an $\mathbb{D}$
4	$x=-10, x=0, y=0$	DF: Nullstellen von h sind senkrechte Asymptoten
5	f hat unendlich viele	DF: falsch
6	$x=-10, x=-8, x=0, x=4$	DF: $x=0$ grenzt nicht an $\mathbb{D}$
☒	$x=-10, x=-8, x=4$	richtig
8	$x=-10, x=-8, x=4, y=0$	DF: f hat keine waagrechten Asymptoten
9	$x=-10, x=0$	DF: Nullstellen von h sind senkrechte Asymptoten
10	$x=-10, x=-8, y=0$	DF: Nullstellen von h sind senkrechte Asymptoten
11	$x=-10, x=-8, x=0, x=4, y=0$	DF: $x=0$ grenzt nicht an $\mathbb{D}$
12	$x=-10$	DF: Nullstellen von h sind senkrechte Asymptoten

MV 05	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
keine	Stetigkeit	Nummer: 57 0 200506010	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 14.1.2: Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = -4x + 3$, $x_0 = 7$ und sei ein $\varepsilon > 0$ fest gewählt. Bestimmen Sie das maximale $\delta > 0$ (abhängig von ε) mit der Eigenschaft, dass für alle x, für die $|x - x_0| < \delta$ gilt, $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ ist oder $f((x_0 - \delta, x_0 + \delta)) \subseteq (f(x_0) - \varepsilon, f(x_0) + \varepsilon)$. Damit haben Sie die Stetigkeit von f an der Stelle x_0 gezeigt.

Parameter:

$x_1 =$ (negative) Steigung, $x_2 = y-$ Achsenabschnitt von f, x_3 entspricht x_0, $x_2 \neq x_3$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \quad x_2 = 3 \quad x_3 = 7$.

Erklärung:

Um das δ zu finden, kann folgende Formel (nach Schmid) probiert werden:

$$\delta(\varepsilon, x_0) = \pm(f^{-1}(f(x_0) \pm \varepsilon) - x_0)$$

Rechnung:

$f^{-1}(x) = \frac{x-3}{-4}$. Nach der Formel von Schmid ist

$$\delta = \pm(f^{-1}(f(7) \pm \varepsilon) - 7) = \pm(f^{-1}(-25 \pm \varepsilon) - 7) = \pm(\frac{(-25 \pm \varepsilon) - 3}{-4} - 7) = \pm(\frac{-28}{-4} - 7 \pm \frac{\varepsilon}{-4}) = \pm\frac{\varepsilon}{-4}.$$

Wenn wir das negative Vorzeichen wählen, erhalten wir $\delta = \frac{\varepsilon}{4}$.
Es gilt $f(x_0 - \delta) = f(x_0) + \varepsilon$ und $f(x_0 + \delta) = f(x_0) - \varepsilon$.
Weil f streng monoton fallend ist, folgt die Behauptung. Bitte beachten Sie hierbei, dass $f((x_0 - \delta, x_0 + \delta)) = (f(x_0 - \varepsilon), f(x_0 + \varepsilon))$ ist. Die gilt normalerweise nicht.

Angebotene Lösungen:

[1] $\frac{-\varepsilon+7}{3}$	[2] 1	[3] Es gibt keines	[4] $\frac{\varepsilon-3}{4}$
[5] 0	[6] $\pm\frac{\varepsilon}{3}$	[X] $\frac{\varepsilon}{4}$	[8] $\pm\frac{\varepsilon}{7}$
[9] $\frac{-\varepsilon+3}{7}$	[10] $\pm\varepsilon$	[11] $\frac{1}{7}$	[12] $\pm\frac{\varepsilon}{4}$

Fehlerinterpretation:

[1]	$\frac{-\varepsilon+7}{3}$	DF: geraten
[2]	1	DF: geraten
[3]	Es gibt keines	DF: doch, f ist stetig
[4]	$\frac{\varepsilon-3}{4}$	DF: geraten
[5]	0	DF: $\delta > 0$
[6]	$\pm\frac{\varepsilon}{3}$	DF: δ ist eindeutig
[X]	$\frac{\varepsilon}{4}$	richtig
[8]	$\pm\frac{\varepsilon}{7}$	DF: δ ist eindeutig
[9]	$\frac{-\varepsilon+3}{7}$	DF: geraten
[10]	$\pm\varepsilon$	DF: Lösung geraten
[11]	$\frac{1}{7}$	DF: geraten
[12]	$\pm\frac{\varepsilon}{4}$	DF: δ ist eindeutig

MV 05	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
Asymptoten	Funktionen	Nummer: 61 0 200506009	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 14.1.3: Bestimmen Sie alle Asymptoten der folgenden Funktion:

$$f(x) = \arctan_0\left(\frac{(5x + 15) \cdot (x + 5)}{(5x + 35) \cdot (x + 3)}\right)$$

Parameter:

x_i = Nullstellen und Asymptoten des Arkustangensargumentes, $x_i \geq 2$
x_2, x_3, x_4 paarweise verschieden.

$$\text{Die Funktion lautet so: } f(x) = \arctan_0\left(\frac{(x_1 x + \{x_1 \cdot x_2\}) \cdot (x + x_3)}{(x_1 x + \{x_1 \cdot x_4\}) \cdot (x + x_2)}\right) \quad .$$

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 5 \quad x_2 = 3 \quad x_3 = 5 \quad x_4 = 7$.

Erklärung:

Die wichtigen Werte des $\arctan_0$ sind: $\arctan_0(0) = 0$, $\arctan_0(\pm 1) = \frac{\pm\pi}{4}$ und $\arctan_0(\pm\infty) = \frac{\pm\pi}{2}$.

Rechnung:

Senkrechte Asymptoten des Arkustangesargumentes erzeugen lediglich eine Unstetigkeitsstelle aber keine senkrechte Asymptote. Zum Beispiel gilt für die Funktion $g(x) = \arctan_0(\frac{1}{x})$:

$$\lim_{x\to 0, x<0} \arctan_0(\frac{1}{x}) = \frac{-\pi}{2} \qquad \lim_{x\to 0, x>0} \arctan_0(\frac{1}{x}) = \frac{\pi}{2}$$

Der Betrag beider Grenzwerte ist ungleich unendlich, damit liegen keine senkrechten Asymptoten vor.

$$\lim_{x\to -\infty} \arctan_0\left(\frac{(5x+15)\cdot(x+5)}{(5x+35)\cdot(x+3)}\right) = \arctan_0(1) = \frac{\pi}{4} = \lim_{x\to +\infty} \arctan_0\left(\frac{(5x+15)\cdot(x+5)}{(5x+35)\cdot(x+3)}\right) .$$

Damit ist die einzige (waagrechte) Asymptote $y = \frac{\pi}{4}$.

Angebotene Lösungen:

1 $y = 0$ und $x = 0$	2 $y = \frac{\pi}{4}$, $x = -3$ und $x = -7$	3 $x = -7$
☒ $y = \frac{\pi}{4}$	5 $y = \pm\frac{\pi}{4}$ und $x = -7$	6 $y = \pm\frac{\pi}{4}$
7 f hat keine	8 $y = 0$, $x = -3$ und $x = -7$	9 $y = \pm\frac{\pi}{2}$, $x = -3$ und $x = -7$
10 $y = \frac{\pi}{4}$ und $x = -7$	11 $y = \frac{\pi}{2}$, $x = -3$ und $x = -7$	12 $y = \frac{\pi}{2}$ und $x = -7$

Fehlerinterpretation:

1 $y = 0$ und $x = 0$	DF: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$
2 $y = \frac{\pi}{4}$, $x = -3$ und $x = -7$	DF: f hat keine senkrechten Asymptoten
3 $x = -7$	DF: f hat keine senkrechten Asymptoten
☒ $y = \frac{\pi}{4}$	richtig
5 $y = \pm\frac{\pi}{4}$ und $x = -7$	DF: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\frac{\pi}{4}$
6 $y = \pm\frac{\pi}{4}$	DF: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\frac{\pi}{4}$
7 f hat keine	DF: falsch
8 $y = 0$, $x = -3$ und $x = -7$	DF: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$
9 $y = \pm\frac{\pi}{2}$, $x = -3$ und $x = -7$	DF: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\frac{\pi}{4}$
10 $y = \frac{\pi}{4}$ und $x = -7$	DF: f hat keine senkrechten Asymptoten
11 $y = \frac{\pi}{2}$, $x = -3$ und $x = -7$	DF: f hat keine senkrechten Asymptoten
12 $y = \frac{\pi}{2}$ und $x = -7$	DF: f hat keine senkrechten Asymptoten

MV 05	Blatt 09	Kapitel 6.4	trigonometrische
keine	ElementareFktn	Nummer: 64 0 200509008	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 14.1.4: Bestimmen Sie die Summe $7\sin(ax) - 9\sqrt{2}\cos(ax + \frac{\pi}{4})$ als Term von der Form $C \cdot \sin(ax + \varphi)$ für alle $a \in \mathbb{R}^+$ und $x \in \mathbb{R}$.

Parameter:

x_1 = Faktor vor dem Sinus $x_1 > 1$.
x_2 = Faktor vor dem Kosinus $x_1 > x_2 > 1$.

Die Formel lautet: $x_1 \sin(ax) - \sqrt{2}x_2 \cos(ax + \frac{\pi}{4})$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 7 \quad x_2 = 9$.

Erklärung:

Wenden Sie die Additionstheoreme des Kosinus und Sinus auf $\sin(ax+\varphi)$ und auf $\cos(ax+\frac{\pi}{4})$ an und machen Sie dann einen Koeffizientenvergleich.

Rechnung:

$$\begin{array}{rcllll} -\sqrt{2}\cdot 9\cos(ax+\frac{\pi}{4}) & = & -\sqrt{2}\cdot 9\cos(ax)\cos(\frac{\pi}{4}) & + & \sqrt{2}\cdot 9\sin(ax)\sin(\frac{\pi}{4}) & \text{Kosinus - Additionstheorem} \\ & = & -9\sqrt{2}\cdot\cos(ax)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} & + & 9\sqrt{2}\sin(ax)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} & \cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ & = & -9\cos(ax) + 9\sin(ax) & & & \end{array}$$

$C\sin(ax+\varphi) = C\sin(ax)\cos\varphi + C\cos(ax)\sin\varphi = -9\cos(ax)+9\sin(ax)+7\sin(ax) = -9\cos(ax)+16\sin(ax)$.

Koeffizientenvergleich ergibt (1) $-9 = C\cos\varphi$ und (2) $16 = C\sin\varphi$.

Beide Gleichungen quadriert ergeben $9^2 + 16^2 = C^2$, also $C = \pm\sqrt{9^2+16^2} = \pm\sqrt{337}$.

Gleichung (2) durch Gleichung (1) dividiert ergibt $\frac{C\sin\varphi}{C\cos\varphi} = \frac{-16}{9} = \tan\varphi$.

Also ist $\varphi = \arctan(\frac{-16}{9})$.

Hier kann der $\arctan_0$ verwendet werden, wenn das Vorzeichen von C entsprechend angepasst wird:

Wir wählen $x = 0$, dann gilt $16\sin(ax) - 9\cos(ax)|_{x=0} = -9$ und $\pm\sqrt{337}\cos(\arctan(\frac{-16}{9})) = -9$, wenn das negative Zeichen gewählt wurde. Wäre der Faktor vor dem Kosinus positiv gewesen, dann hätten wir das positive Vorzeichen wählen müssen.

Angebotene Lösungen:

☐1 $16\sin(ax+9)$	☐2 $\sqrt{175}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-16}{9}))$	☐3 $\sqrt{337}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-7}{9}))$
☐4 $-\sqrt{175}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-16}{9}))$	☐5 $7\sin(ax+9)$	☐6 $\pm\sqrt{337}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-16}{9}))$
☒ $-\sqrt{337}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-16}{9}))$	☐8 $\pm\sqrt{175}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-7}{9}))$	☐9 $7\sin(ax)$
☐10 $\pm\sqrt{337}\sin(ax+\arctan_0(\pm\frac{7}{9}))$	☐11 $\sqrt{337}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-16}{9}))$	☐12 $\pm\sqrt{337}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-7}{9}))$

Fehlerinterpretation:

☐1 $16\sin(ax+9)$	DF: Lösung geraten
☐2 $\sqrt{175}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-16}{9}))$	DF: Fehler beim Satz von Pythagoras
☐3 $\sqrt{337}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-7}{9}))$	DF: Fehler beim Additionstheorem
☐4 $-\sqrt{175}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-16}{9}))$	DF: Fehler beim Satz von Pythagoras
☐5 $7\sin(ax+9)$	DF: Lösung geraten
☐6 $\pm\sqrt{337}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-16}{9}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☒ $-\sqrt{337}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-16}{9}))$	richtig
☐8 $\pm\sqrt{175}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-7}{9}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☐9 $7\sin(ax)$	DF: Lösung geraten
☐10 $\pm\sqrt{337}\sin(ax+\arctan_0(\pm\frac{7}{9}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☐11 $\sqrt{337}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-16}{9}))$	DF: falsche Punktprobe
☐12 $\pm\sqrt{337}\sin(ax+\arctan_0(\frac{-7}{9}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig

MV 05	Blatt 09	Kapitel 6.4	trigonometrische
keine	ElementareFktn	Nummer: 85 0 200509007	Kl: 14G
Grad: 20 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 14.1.5: Bestimmen Sie die Summe $2\sin(ax) + 6\cos(ax)$ als Term von der Form $C\cdot\cos(ax+\varphi)$ für alle $a \in \mathbb{R}^+$ und $x \in \mathbb{R}$.

Parameter:

x_1 = Faktor vor dem Sinus $x_1 > 1$.
x_2 = Faktor vor dem Kosinus $x_2 > x_1$.

Die Formel lautet: $x_1 \sin(ax) + x_2 \cos(ax)$.

In dieser Aufgabe sind $x_1 = 2 \quad x_2 = 6$.

Erklärung:

Wenden Sie das Additionstheorem des Kosinus auf $\cos(ax + \varphi)$ an und machen Sie dann einen Koeffizientenvergleich.

Rechnung:

$$C\cos(ax + \varphi) \;=\; C\cos(ax)\cos\varphi - C\sin(ax)\sin\varphi \;=\; 6\cos(ax) + 2\sin(ax).$$

Koeffizientenvergleich ergibt (1) $6 = C\cos\varphi$ und (2) $-2 = C\sin\varphi$.
Beide Gleichungen quadriert ergeben $6^2 + 2^2 = C^2$, also $C = \pm\sqrt{6^2 + 2^2} = \pm\sqrt{40}$.

Gleichung (2) durch Gleichung (1) dividiert ergibt $\frac{C\sin\varphi}{C\cos\varphi} = \frac{-2}{6} = \tan\varphi$.

Also ist $\varphi = \arctan(\frac{-1}{3})$.
Hier kann der $\arctan_0$ verwendet werden, wenn das Vorzeichen von C entsprechend angepasst wird:
Wir wählen $x = 0$, dann gilt $2\sin(ax) + 6\cos(ax)|_{x=0} = 6$ und $\pm\sqrt{40}\cos(\arctan(\frac{-1}{3})) = 6$, wenn das positive Zeichen gewählt wurde. Wäre der Faktor vor dem Kosinus negativ gewesen, dann hätten wir das negative Vorzeichen wählen müssen.

Angebotene Lösungen:

☐ 1 $-\sqrt{32}\cos(ax + \arctan_0(-3))$	☐ 2 $\pm\sqrt{32}\cos(ax + \arctan_0(\frac{-1}{3}))$	☐ 3 $\pm\sqrt{32}\cos(ax + \arctan_0(-3))$
☐ 4 $\pm\sqrt{32}\cos(ax + \arctan_0(\pm 3))$	☐ 5 $\sqrt{32}\cos(ax + \arctan_0(\frac{-1}{3}))$	☐ 6 $-\sqrt{40}\cos(ax + \arctan_0(\frac{-1}{3}))$
☒ $\sqrt{40}\cos(ax + \arctan_0(\frac{-1}{3}))$	☐ 8 $-\sqrt{40}\cos(ax + \arctan_0(-3))$	☐ 9 $6\cos(ax)$
☐ 10 $-\sqrt{32}\cos(ax + \arctan_0(\frac{-1}{3}))$	☐ 11 $\pm\sqrt{40}\cos(ax + \arctan_0(\frac{-1}{3}))$	☐ 12 $6\cos(ax + 2)$

Fehlerinterpretation:

☐ 1 $-\sqrt{32}\cos(ax + \arctan_0(-3))$	DF: Falsches Vorzeichen gewählt
☐ 2 $\pm\sqrt{32}\cos(ax + \arctan_0(\frac{-1}{3}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☐ 3 $\pm\sqrt{32}\cos(ax + \arctan_0(-3))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☐ 4 $\pm\sqrt{32}\cos(ax + \arctan_0(\pm 3))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☐ 5 $\sqrt{32}\cos(ax + \arctan_0(\frac{-1}{3}))$	DF: Fehler beim Quadrieren
☐ 6 $-\sqrt{40}\cos(ax + \arctan_0(\frac{-1}{3}))$	DF: Falsches Vorzeichen gewählt
☒ $\sqrt{40}\cos(ax + \arctan_0(\frac{-1}{3}))$	richtig
☐ 8 $-\sqrt{40}\cos(ax + \arctan_0(-3))$	DF: Falsches Vorzeichen gewählt
☐ 9 $6\cos(ax)$	DF: Lösung geraten
☐ 10 $-\sqrt{32}\cos(ax + \arctan_0(\frac{-1}{3}))$	DF: Falsches Vorzeichen gewählt
☐ 11 $\pm\sqrt{40}\cos(ax + \arctan_0(\frac{-1}{3}))$	DF: Ergebnis ist eindeutig
☐ 12 $6\cos(ax + 2)$	DF: Lösung geraten

MV 05	Blatt 06	Kapitel 4.2	Grenzwerte
keine	Stetigkeit	Nummer: 94 0 200506011	Kl: 14G
Grad: 40 Zeit: 30	Quelle: keine	W	

Aufgabe 14.1.6: Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = -x^2 + 10x + 6$, $x_0 = 5$ und sei $\varepsilon = \frac{1}{16}$ gewählt. Bestimmen Sie das maximale $\delta > 0$ mit der Eigenschaft, dass für alle x, für die $|x - x_0| < \delta$ gilt, $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$ ist oder $f((x_0 - \delta, x_0 + \delta)) \subseteq (f(x_0) - \varepsilon, f(x_0) + \varepsilon)$.

Parameter:

$x_2 = x-$ Wert des Scheitels $= x_0$, $x_3 = y-$ Wert des $y-$ Achsenschnittpunktes, $\varepsilon = \frac{1}{(x_1)^2}$, $x_i > 1$, $i = 1, 2, 3$
Es gilt also $f(x) = -x^2 + \{2 \cdot x_2\}x + x_3$.
In dieser Aufgabe sind $x_1 = 4 \quad x_2 = 5 \quad x_3 = 6$.

Erklärung:

Um das δ zu finden, kann folgende Formel (nach Schmid) probiert werden:

$$\delta(\varepsilon, x_0) = \pm(f^{-1}(f(x_0) \pm \varepsilon) - x_0)$$

Rechnung:

$f(x_0) = f(5) = 31$. x_0 ist der Scheitel bzw. Hochpunkt der Parabel. Um $f^{-1}(x)$ zu berechnen, müssen wir die Gleichung $x = -y^2 + 10y + 6$ nach y auflösen:

$$y^2 - 10y - 6 + x = 0 \Leftrightarrow y = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 24 - 4x}}{2} \Leftrightarrow y = 5 \pm \sqrt{31 - x}$$

$$f^{-1}(f(x_0) - \varepsilon) = f^{-1}\left(\frac{496 - 1}{16}\right) = 5 \pm \sqrt{31 - \frac{495}{16}} = 5 \pm \sqrt{\frac{496 - 495}{16}} = 5 \pm \sqrt{\frac{1}{16}} = 5 \pm \frac{1}{4}.$$

Damit ist $f^{-1}(f(x_0) - \varepsilon) - x_0 = \pm\frac{1}{4}$. Mit $\delta = \frac{1}{4}$ gilt $|f(x_0) - f(x_0 - \delta)| = |f(x_0 + \delta) - f(x_0)| = \varepsilon$. Aus den diversen Monotonieeigenschaften folgt $\delta = \frac{1}{4}$. $f^{-1}(f(x_0) + \varepsilon) - x_0$ ist nicht definiert. Bitte beachten Sie, dass $f((x_0 - \delta, x_0 + \delta)) = (f(x_0 - \varepsilon), f_(x_0)]$ ist und damit die Teilmengenbeziehung echt ist.

Angebotene Lösungen:

☐ 1 $\delta = \pm\frac{1}{256}$	☐ 2 $\delta = x_0$	☐ 3 es gibt keines	☐ 4 $\delta = \frac{1}{16}$
☐ 5 $\delta = \pm\frac{1}{4}$	☐ 6 $\delta = \pm\varepsilon$	☐ 7 $\delta = -\frac{1}{256}$	☐ 8 $\delta = -\frac{1}{16}$
☐ 9 $\delta = \pm x_0$	☐ 10 $\delta = 0$	☐ 11 $\delta = \frac{1}{256}$	☒ $\delta = \frac{1}{4}$

Fehlerinterpretation:

☐ 1 $\delta = \pm\frac{1}{256}$	DF: Lösung geraten
☐ 2 $\delta = x_0$	DF: Lösung geraten
☐ 3 es gibt keines	DF: doch, f ist stetig
☐ 4 $\delta = \frac{1}{16}$	DF: Lösung geraten
☐ 5 $\delta = \pm\frac{1}{4}$	DF: δ ist eindeutig
☐ 6 $\delta = \pm\varepsilon$	DF: Lösung geraten
☐ 7 $\delta = -\frac{1}{256}$	DF: Lösung geraten
☐ 8 $\delta = -\frac{1}{16}$	DF: Lösung geraten
☐ 9 $\delta = \pm x_0$	DF: Lösung geraten
☐ 10 $\delta = 0$	DF: $\delta > 0$
☐ 11 $\delta = \frac{1}{256}$	DF: Lösung geraten
☒ $\delta = \frac{1}{4}$	richtig

Allgemeine Hinweise:
Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware @yahoo.de).
Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter: http: / / www.vorkurs.de.vu