

## Übungsblatt 1

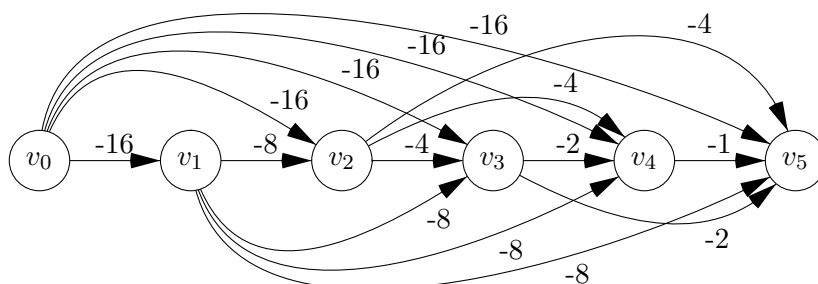
Ausgabe: 24.4.

Abgabe: 8.5.

Ablauf der Übungen: Ausgabe der Übungen spätestens 8 Tage vor dem nächsten Übungstermin in der Vorlesung (pdf auf der Vorlesungsseite). Abgabe spätestens am Tag vor der Übung in der Vorlesung oder per E-Mail an [Lewandowski@fmi.uni-stuttgart.de](mailto:Lewandowski@fmi.uni-stuttgart.de).

Scheinbedingungen: Regelmäßige und aktive Teilnahme an den Übungen und Abgabe von mehr als 50% der Aufgaben. Übungstermine: 9.5., 30.5., 13.6., 27.6., 11.7.

- (leicht) **Teilwege kürzester Wege sind kürzeste Wege:** In diesem Lemma wurde nicht vorausgesetzt, dass der Graph keine negativen Zyklen haben darf. Bleibt das Lemma auch in Graphen mit negativen Zyklen gültig? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (leicht) **Zyklen im Teilgraphen der kürzesten Wege:** Geben Sie Beispiele für Graphen ohne negative Zyklen an, für die der Graph  $G'$ , der die Kanten aller kürzesten Wege in  $G$  mit Startknoten  $v_0$  enthält, Zyklen hat. Geben Sie verschiedene Kürzeste-Wege-Bäume für  $G$  mit Startknoten  $v_0$  an. Welcher dieser Bäume wird vom Algorithmus aus Satz I.1.7 (Existenz des Kürzeste-Wege-Baums) bestimmt?
- (mittel–schwer) **Worst-Case-Laufzeit des generischen Kürzeste-Wege-Algorithmus:** Betrachten Sie diesen Graphen:



Hat der Graph die Knoten  $V = \{v_0, \dots, v_n\}$ , so sei  $E = \{(v_i, v_j) \mid 0 \leq i < j \leq n\}$  und  $\gamma(v_i, v_j) = -2^{n-1-i}$ . Bestimmen Sie die Worst-Case-Laufzeit in einem so konstruierten Graphen (abhängig von  $n$ ).

- (leicht) **Worst-Case-Beispiele für den Bellman-Ford-Algorithmus – Teil 1:** Im Graphen aus Aufgabe 3 sollen mit dem Bellman-Ford-Algorithmus kürzeste Wege vom Startknoten  $v_0$  aus berechnet werden. Wieviel Schritte benötigt der Algorithmus? Wie hängt die Laufzeit von der Reihenfolge der Kanten in der Adjazenzliste ab (also davon, in welcher Reihenfolge adjazente Knoten in die FIFO-Datenstruktur eingefügt werden)?
- (mittel–schwer) **Worst-Case-Beispiele für den Bellman-Ford-Algorithmus – Teil 2:** In obigem Beispiel hat der Graph  $m \in \Theta(n^2)$  Kanten. Der Worst-Case kann aber auch für beliebige  $n$  und  $m$  erreicht werden. Versuchen Sie, zu gegebenen  $n$  und  $m$  Graphen mit  $n$  Knoten und  $m$  Kanten zu konstruieren, so dass die Kürzeste-Wege-Suche mit dem Bellman-Ford-Algorithmus  $\Theta(n \cdot m)$  Schritte benötigt. (Literatur-Hinweis: Wenn Sie auf keine Lösung kommen, betrachten Sie das Beispiel in Mehlhorn, Näher: The LEDA Platform ..., <http://www.mpi-sb.mpg.de/~mehlhorn/LEDAbook.html>, Abschnitt 7.5.8, S.62ff)
- (mittel) **Erkennung negativer Zyklen im Bellman-Ford-Algorithmus:** Sind nach  $n - 1$  Phasen noch Knoten in der Queue, so hatte der Graph negative Zyklen. Überlegen Sie sich eine effiziente Methode, um dies in einem Programm zu erkennen.