Universität Stuttgart
Fakultät 5, Institut FMI
EfidI 1 Zusatzkurs

WS 2005/2006
W. Schmid
14. November 2005

Aufgabenblatt 3

Besprechung am Dienstag, den 22. November 2005 8:00 Uhr V38.01

Aufgabe 1 (Sortieren)

Wir wollen ein Zahlenfeld der Länge n sortieren. Zu diesem Zweck wird das Minimum gesucht. Das Minimum wird dann mit dem ersten Element des Feldes vertauscht. Somit erhält man links ein sortiertes Teilfeld der Länge 1 und rechts ein unsortiertes der Länge *n-1*. Anschließend wird der Algorithmus auf das unsortierte Teilfeld angewendet. Dieses Verfahren heißt Selectionsort. Formulieren Sie ein Computerprogramm, welcher ein Zahlenfeld Feld mit *n* Elementen mit dem Sortierverfahren Selectionsort sortiert. Wie viele Vergleiche benötigt man dabei abhängig von der Anzahl *n*?

Aufgabe 2 (Rekursion Binomialkoeffizienten)

Vom Pascalschen Dreieck seien folgende Eigenschaften bekannt:

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \qquad \text{für } n \geq 0 \qquad \text{(Startwerte)}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} \qquad \text{für } n > 0,\ 0 < k < n \qquad \underline{\text{Rekursion}}$$

Schreiben Sie ein rekursives Programm in einer beliebigen Programmiersprache auf, welches $\binom{n}{k}$ berechnet.

Aufgabe 3 (Algorithmusanalyse)

Seien *a* und *b* positive ganze Zahlen und *Q* eine wie folgt definierte Funktion:

$$Q(a,b) = \begin{cases} 0 & \text{für } a < b \\ Q(a-b,b) + 1 & \text{für } a >= b \end{cases}$$

- Formulieren Sie ein rekursives Unterprogramm zur Berechnung von *Q*.
- Was berechnet diese Funktion?

Aufgabe 4 (Multiplikation)

Schreiben Sie in einer beliebigen Programmiersprache eine rekursive Funktion, die das Produkt zweier Zahlen *a, b* vom Typ natural berechnet, ohne jedoch die Multiplikation zu verwenden. Verwenden Sie dabei die Beziehung $a \cdot b = a \cdot (b - 1) + a$.

Aufgabe 5 (Fibonaccizahlen)

Leonardo Fibonacci hat 1202 in seinen Buch "Liber abaci" die Frage gestellt, wie viele Kaninchen-Paare es nach *n* Jahren gebe, wenn man im Jahr 1 mit einem Paar beginnt, jedes Paar vom zweiten Jahr an ein weiteres Paar Nachwuchs hat und die Kaninchen eine unendliche Lebensdauer haben. Offenbar entsteht dabei die Zahlenfolge:

Jahr	1	2	3	4	5	6	7	8	...
Anzahl der Paare	1	1	2	3	5	8	13	21	...

Diese *Fibonacci-Zahlen* lassen sich wie folgt definieren:

$$fib(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } n = 1 \text{ bzw. } n = 2 \\ fib(n\text{-}1) + fib(n\text{-}2) & \text{für } n > 2 \end{cases}$$

Programmieren Sie die zugehörige rekursive Funktion auf.

Aufgabe 6 (ehemalige Prüfungsaufgabe)

Schreiben Sie eine rekursive Funktionsprozedur zur Berechnung der *n*-ten Potenz einer reellen Zahl *x* mit *x* vom Typ FLOAT und *n* vom Typ INTEGER. Um die Zahl der Multiplikationen gering zu halten, sind folgende Zusammenhänge zu verwenden:

$$x^n = \frac{1}{x^{-n}} \text{ für } n < 0$$
$$x^n = x^{n/2} \cdot x^{n/2} \text{ für gerade } n$$
$$x^n = x^{(n-1)/2} \cdot x^{(n-1)/2} \cdot x \text{ für ungerade } n$$

Aufgabe 7: (Der Algorithmus von Euklid)

Der Euklidische Algorithmus berechnet den größten gemeinsamen Teiler von zwei natürlichen Zahlen. Der Algorithmus wurde bereits ca. 300 v.Chr. von Euklid beschrieben. Wir werden im Folgenden eine rekursive Variante des Algorithmus angeben.
Seien $a \in \mathbb{N}_0$, $b \in \mathbb{N}$. Dann gilt ggT(a, b) = ggT(b, a mod b) und ggT(a,0)=a.

Schreiben Sie ein rekursives Programm in einer beliebigen Programmiersprache auf, welches ggT(a, b) berechnet.

Aufgabe 8: (rekursive Decent Parser)

Schreiben Sie einen Algorithmus, der rekursiv Worte der Form $a^n b^n$ erkennt. Erklären Sie den Begriff Linksrekursion. Schreiben Sie einen Algorithmus, der arithmetische Ausdrücke auswertet. Dabei soll ‚Punkt vor Strich' zunächst außer Acht gelassen werden.

Allgemeine Hinweise:

- Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).
- Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter:
  http://www.info2.de.vu
  http://www.zusatzkurs.de.vu