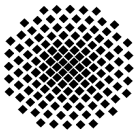
Universität Stuttgart
Fakultät 5, Institut FMI
EfidI Zusatzkurs



WS 2005/2006
Wolfgang Schmid
30. Januar 2006

Aufgabenblatt 12

Besprechung am Dienstag, den 7. Februar 2006, 8:00 Uhr, V38.01

Aufgabe 1 (Analyse einer Turingmaschine)

Gegeben ist das Alphabet $A = \{\#; 0; 1; B\}$. Das Band ist wie folgt beschrieben:

$\cdots$	B	B	0	1	0	0	1	1	B	B	$\cdots$

Der Schreib/Lesekopf befindet sich unter der ersten 0 (ganz links), die TM befindet sich im Zustand q_0. Was bewirkt das folgende Programm?

$$\delta : \begin{cases} (q_0, 0) & \mapsto & (q_0, 0, R) \\ (q_0, 1) & \mapsto & (q_0, 1, R) \\ (q_0, B) & \mapsto & (q_1, \#, L) \\ (q_1, 0) & \mapsto & (q_1, 0, L) \\ (q_1, 1) & \mapsto & (q_1, 1, L) \\ (q_1, B) & \mapsto & (q_e, \#, S) \end{cases}$$

Aufgabe 2 (Entwurf von Turingmaschinen)

a) Entwerfen Sie eine Turingmaschine, die alle Wörter der Form $a^{2n} b^n$ mit $n \in \mathbb{N}$ erkennt.
b) Entwerfen Sie eine Turingmaschine, die alle aus a's und b's bestehenden Wörter erkennt, die korrekten Klammerstrukturen entsprechen, wobei a einer öffnenden und b einer schließenden Klammer entspricht. Die Turingmaschine soll also beispielsweise aababbab akzeptieren, aber abbabaab zurückweisen.
c) Geben Sie eine Turing-Maschine M an, die zu einer gegebenen binären Zahl 1 addiert.

Aufgabe 3 (Analyse einer Turingmaschine)

Betrachten Sie die folgende Turingmaschine: $Q = \{s, q_0, q_1, q_2, q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}}\}, \Sigma = \{0, 1\}, \Gamma = \{0, 1, \sqcup, \triangleright\}$

δ	0	1	$\sqcup$	$\triangleright$
s	$(q_0, 0, R)$	$(q_2, \sqcup, R)$	$(q_{\text{accept}}, \sqcup, L)$	$(s, \triangleright, R)$
q_0	$(q_{\text{reject}}, 1, R)$	$(q_1, 1, R)$	$(q_{\text{reject}}, 1, R)$	$(q_{\text{reject}}, \triangleright, R)$
q_1	$(q_{\text{reject}}, 0, R)$	$(s, 1, R)$	$(q_{\text{reject}}, \sqcup, R)$	$(q_{\text{reject}}, \triangleright, R)$
q_2	$(q_2, 0, R)$	$(q_2, \sqcup, R)$	$(q_2, 1, R)$	$(q_{\text{reject}}, \triangleright, R)$

Welche Sprache wird durch die Turingmaschine akzeptiert? Terminiert die Turingmaschine für jede Eingabe? Ändern Sie die Turingmaschine so ab, dass sie für jede Eingabe terminiert.

Aufgabe 4 (Konfiguration einer Turingmaschine - ehemalige Prüfungsaufgabe)

Gegeben sei eine deterministische Turingmaschine $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \delta, F)$ mit $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Gamma = \Sigma \cup \{B\}$, $F = \{q_2\}$ und $\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{L, N, R\}$ wie folgt:

δ	0	1	B
q_0	$(q_1, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	$(q_2, 0, N)$
q_1	$(q_0, 0, R)$	$(q_0, 1, R)$	$(q_2, 1, N)$
q_2	–	–	–

Ein waagerechter Strich bedeutet, dass die Turingmaschine stoppt, d. h. $\delta(q, a) = (q, a, N)$ für $q \in Q$ und $a \in \Gamma$.

a) Geben Sie die vollständige Konfigurationsfolge der Maschine M angesetzt auf die Eingabe 11001 an.

b) Beschreiben Sie in Worten die von M berechnete Funktion.

Aufgabe 5 (Konstruktion einer 2 Band Turingmaschine)

Beschreiben Sie formal eine 1-Band-Turingmaschine, die die Eingabe $x\#y$ mit $x, y \in \{0, 1\}^*$ in $x\#y\#x$ überführt.

Beschreiben Sie formal eine 1-Band-Turingmaschine, die bei Eingabe $x\#y$ mit $x, y \in \{0, 1\}^l, l \in \mathbb{N}$ (x und y seien Binärzahlen) folgendes leistet: Schreiben Sie x und y übereinander und das #-Symbol davor. Führen Sie dazu die folgenden vier Buchstaben des Bandalphabets ein: $\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}$. Ihr Band sieht also nach der Berechnung so aus: $\triangleright\#\binom{x}{y}$. Beispielsweise soll bei Eingabe 10110#01101 die Ausgabe $\#\binom{1\,0\,1\,1\,0}{0\,1\,1\,0\,1}$ berechnet werden.

Aufgabe 6 (platzbeschränkte Turingmaschinen)

Sei M eine Turingmaschine, $x \in \Sigma^*$ die Eingabe und $n = |x|$ die Länge der Eingabe. Sei $s(n)$ die maximale Kopfposition, die die Turingmaschine erreicht, d.h. $s(n)$ ist die maximale Anzahl von Zellen, die die Maschine beschreibt. Unter einer $s(n)$-platzbeschränkten Turingmaschine M verstehen wir dann eine DTM, die nicht mehr als $s(n)$ Zellen benutzt.

1. Zeigen Sie: Hält M gestartet mit x, so hat die Rechnung von M nicht mehr als $|\Gamma|^{s(n)} \cdot s(n) \cdot |Q|$ Schritte benötigt.

2. Zeigen Sie, dass die Menge $H^{s(n)} = \{\langle M \rangle x | M \text{ gestartet mit } x \text{ benutzt höchstens } s(n) \text{ Platz und hält}\}$ entscheidbar ist (Platz beschränktes Halteproblem).

Aufgabe 7

Konstruieren Sie eine Turingmaschine, welche die Sprache

$L = \{a^{2^i} : i \in \mathbb{N}_0\}$

akzeptiert.

Beschreiben Sie auch umgangssprachlich, wie Ihre Turingmaschine funktioniert.

Allgemeine Hinweise:

- Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).
- Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter:
  http://www.info2.de.vu
  http://www.zusatzkurs.de.vu