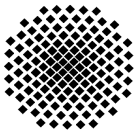
Universität Stuttgart
Fakultät 5, Institut FMI
EfidI 2 Zusatzkurs



WS 2005/2006
Wolfgang Schmid
26. Januar 2006

Aufgabenblatt 13

Besprechung am Dienstag, den 14. Februar 2006, 8:00 Uhr V38.01

Aufgabe 1 (Axiomatische Semantik)

```
Get(x);
y:=0;
while (y<x) loop
  y:=y+1;
end loop;
```

Zeigen Sie unter Verwendung der Schleifeninvariante {y<=x}, dass

{x<y} <Schleife> {x=y}

gilt (x und y sind vom Typ *natural*).

Aufgabe 2
Gegeben ist folgendes kleines Programmfragment (x und y sind vom Typ *integer*):

```
x:=x-y;
y:=x+y;
x:=y-x;
```

Beschreiben Sie umgangssprachlich die Funktion dieses Fragments. Spezifizieren Sie nun formal die Vor- und Nachbedingung. Weisen Sie die Korrektheit des Fragments nach.

Aufgabe 3 (Axiomatische Semantik)

```
    Get(n);
    i:=0;
    Erg:=0
    while (i<n) loop
(1)   Erg:=Erg+i;
(2)   i:=i+1;
    end loop;
```

Finden Sie eine Schleifeninvariante, mit deren Hilfe Sie die realisierte Abbildung beschreiben können (n ist vom Typ *natural*).

Vertauschen Sie nun die Zeilen (1) und (2). Was ändert sich? Was passiert, wenn man Erg mit 1 initialisiert?

Aufgabe 4
Gegeben seien folgende Programmstücke (x und y sind vom Typ *natural*).

```
Get(x);
Erg:=0;
while (((Erg + 1)* (Erg + 1))<= x) loop
   Erg := Erg + 1;
end loop;
```

```
--
```

```
Get(x); Get(y); Erg:=0;
while (x>=y) loop
   x:=x-y; Erg:=Erg+1;
end loop;
```

```
--
```

```
Get(x);
y:=x;
while (y>0) loop
   y:=y-1;
   x:=x*y;
end loop;
```

Was berechnen diese Programme? Zeigen Sie Ihre Vermutung mittels der Hoareschen Regeln.

Aufgabe 5

```
function exp(x,y:natural):natural;
var Erg:natural;
begin Erg:=1;
  while y>0 loop
    if   y mod 2 = 0 then
      y:=y div 2;
      x:=x*x;
    elsif
      y:=y-1;
      Erg:=Erg*x;
    end if;
  end loop;
  return(Erg);
end;
```

Beweisen Sie mit geeigneten Zusicherungen und den Hoareschen Regeln, dass die Funktion exp x^y berechnet.

Aufgabe 6 (ehemalige Prüfungsaufgabe)

Das folgende Programm `Aufgabe6` bestimmt die Summe aller geraden Zahlen von 2 bis X. Sie sollen zeigen, dass das Programm `Aufgabe6` bezüglich der Spezifikation

{X>= 0 und X gerade} <Aufgabe6> **{SUM = (X*X + 2*X)/4}**

partiell korrekt ist. Partiell korrekt heißt: Korrekt, unter der Voraussetzung, dass das Programm terminiert.

```
program Aufgabe6 is
sum, x, z : integer;
begin
  Get(x);
  sum := 0;
  z := 2;
  while z < (X+2) loop
    sum := sum + z;
    z := z + 2;
  end;
end.
```

Aufgabe 7 (weakest Precondition)

Gegeben seien die folgenden Fallunterscheidungen und deren Nachbedingung. Bestimmen Sie die Vorbedingung für die gegebenen Fallunterscheidungen.

a.
```
z = x; if (z < y)
  z = y;
```
$\{z = max(x,y)\}$

b.
```
if (x < y)
  a = x;
else
  a = y;
```
$\{a = min(x,y)\}$

Aufgabe 8 (weakest Precondition)

Bestimmen Sie die *weakest Precondition* für die folgenden Wertzuweisungen bei angegebener Nachbedingung:

a. $wp($`a = a + 1;`$, a < b)$

b.
```
n = n + m;
```
$\{ n > 0 \}$

c. $wp($`n = m + n;`$, a > 0)$

Aufgabe 9

Leiten Sie die *schwächste Vorbedingung* (*weakest precondition)* wp aus der entsprechenden *Nachbedingung* (*postcondition*) für folgendes Programmstück ab:

```
a, b: INTEGER

a := 2 * b – 2;

if a < 16 then

  b := 2 * a – 16;

else

  b := a+8;

end if;

b := b + 4;

{ Q ≡ 8 ≤ b ≤ 20 }
```

Allgemeine Hinweise:

- Bei weiteren Fragen, wenden Sie sich bitte an W. Schmid (sltsoftware@yahoo.de).
- Weitere Hinweise finden Sie auf unserer Veranstaltungswebseite unter:
  http://www.info2.de.vu
  http://www.zusatzkurs.de.vu