Aufgabe 1 Grammatiken

Eine Grammatik dient zur formalen Spezifikation von Ausdrücken. Mit solchen Grammatiken beschäftigen sich die Vorlesungen „Theoretische Informatik 1“. In der Anwendung werden Grammatiken zum Parsing, sowie im Compilerbau verwendet.

Geben Sie eine Grammatik G an, für die gilt:

$$L(G) = \{w \mid w = a^n b^{2n} \text{ , } n \geq 0\}$$

Aufgabe 2 erzeugte Sprache

Gegeben sei eine Grammatik $G = (N, T, P, S)$ mit:

$N = \{ S, X, Y \}$

$T = \{ a, b, * \}$

$P = \{ S \rightarrow a\,X\,a,\ S \rightarrow *Y,\ X \rightarrow \varepsilon,\ X \rightarrow bX,\ Y \rightarrow a*,\ Y \rightarrow *b \}$

Geben Sie alle Wörter der Sprache $L(G)$ an.

Aufgabe 3 Endliche Sprachen

Geben Sie zu einer Sprache mit endliche vielen Worten eine mögliche erzeugende Grammatik an. Wieso funktioniert dieser Ansatz nicht bei Sprachen mit unendlich vielen Worten?

Aufgabe 4 Grammatiken

Für die formale Sprache ‚Strichoperation' sei das Alphabet

$$A = \{|, +, =\}$$

gültig. Die zulässigen Wörter seien die, welche im Zahlensystem ‚zur Basis 1' (unäre Zahldarstellung |||| = 4) eine korrekte Addition darstellen.

$$\underbrace{||\ldots||}_{n} + \underbrace{||\ldots||}_{m} = \underbrace{||\ldots||}_{n+m}, \qquad \text{mit} \quad n, m > 0$$

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik zur Erzeugung solcher Wörter an.

Aufgabe 5

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik zur Beschreibung aller Zeichenfolgen mit nicht mehr als zwei aufeinander folgenden Einsen an. Verallgemeinern Sie diesen Ansatz auf ‚höchstens *k* Einsen für ein festes *k*'.
Geben Sie eine kontextfreie Grammatik zur Beschreibung aller Zeichenfolgen mit nicht mehr als zwei aufeinander folgenden Einsen und nicht mehr als zwei aufeinander folgenden Einsen und Zweien an.

Aufgabe 6

Aus den Zahlen `0, 1, . . . , 9` und den Zeichen `+, -, *, (, )` lassen sich vollständig geklammerte dyadische Ausdrücke (formal: ‚(*Operand Operator Operand*)') bilden. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, mit denen korrekte Ausdrücke dieser Art erzeugt werden können.

Aufgabe 7 Schnitt und Vereinigung von Sprachen I

Gegeben sind folgende formale Sprachen:

$$L_1 = \{ba^n cb^n a \mid n \geq 0\}$$
$$L_2 = \{b^n ca^n \mid n \geq 0\}$$

a) Geben Sie eine Grammatik an die L_1 erzeugt.
b) Geben Sie eine Grammatik für die Sprache $L_1 \cap L_2$ an.
c) Geben Sie eine Grammatik für die Sprache $L_1 \cup L_2$ an.

Aufgabe 8 Schnitt und Vereinigung von Sprachen II

Gegeben sind folgende formale Sprachen:

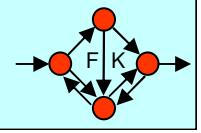
$$L_1 = \{ a^n b^n a^m b^m \mid n \geq 0, m \geq 0 \}$$
$$L_2 = \{ a^n b^m a^m b^n \mid n \geq 0, m \geq 0 \}$$
$$L_3 = \{ a^2 b^n a^2 b^n \mid n \geq 0 \}$$

a) Geben Sie eine Grammatik an die L_1 erzeugt.
b) Geben Sie eine Grammatik an die L_2 erzeugt.
c) Geben Sie eine Grammatik für die Sprache $L_1 \cap L_2 \cap L_3$ an.
d) Geben Sie eine Grammatik für die Sprache $L_1 \cup L_2$an.

Aufgabe 9

Geben Sie eine Grammatik (in Backus-Naur-Form) an, die es ermöglicht, Datumsangaben der Art ‚8. 8. 1987' aufzuschreiben. Es sollen keine führenden Nullen ausgegeben werden.

Verändern Sie die Grammatik so, dass die unterschiedlichen Längen der einzelnen Monate berücksichtigt werden. Die veränderte Länge des Monats Februar in einem Schaltjahr muss nicht beachtet werden.



Aufgabe 10 (Grammatik und erzeugte Sprache)

Es sei die Grammatik G = ({E, T, F}, {2, 3, 4, (,), +, *}, E, P) gegeben mit den Produktionen P = {
$E \rightarrow T+E \mid T,$
$T \rightarrow F*T \mid F;$
$F \rightarrow (E) \mid I;$
$I \rightarrow$ *ganze Zahl*}.

a) Geben Sie den Ableitungsbaum für das Wort 2+3*4 an.
b) Ist der mit dieser Grammatik erzeugte Ableitungsbaum eindeutig?
c) Welchen Vorteil hat diese Grammatik im Vergleich zu der bei Aufgabe 3.8 vorgestellten Grammatik (für arithmetische Ausdrücke)?

Aufgabe 11 (Grammatik und erzeugte Sprache)

a) Gegeben sei die Grammatik $G = (N,T,P,S) = (\{S\},\{a, b\}, \{S \rightarrow aSbb, S \rightarrow a\}, S)$. Gesucht sind die erzeugte Sprache und für 3 Wörter je ein Ableitungsbaum.

b) Gegeben sei die (nicht kontextfreie) Grammatik $G = (N,T,P,S) = (\{S, B,C\},\{a, b, c\}, \{S \rightarrow aSBC, S \rightarrow aBC, CB \rightarrow BC, aB \rightarrow ab, bB \rightarrow bb, bC \rightarrow bc, cC \rightarrow cc\}, Z = S)$. Suchen Sie anhand von 3 Beispiel-Ableitungsbäumen die von G erzeugte Sprache.

c) Geben Sie eine Grammatik für die die Sprache

$L_{reverse} = \{w | w = w_{reverse} \text{ und } w \in \{0, 1\}\}$ an.

d) Gegeben sei die Sprache $L = \{a^n b^m c^l \mid n = m \text{ oder } m = l, l,m,n \in \mathbb{N}\}$. Geben Sie eine Grammatik an, die diese Sprache erzeugt.