

## Übungsblatt 05

Ausgabe: 29.11. Abgabeschluss: Mittw., 06.12., 9:45 Uhr, [eClaus.informatik.uni-stuttgart.de](http://eClaus.informatik.uni-stuttgart.de)

---

Abgabe erfolgt ausschließlich elektronisch über [eClaus.informatik.uni-stuttgart.de](http://eClaus.informatik.uni-stuttgart.de) – versuchen Sie nach Möglichkeit die Abgabe nicht in der letzten Minute zu machen!

Von jedem Aufgabenblatt werden maximal 20 Punkte auf den Schein angerechnet.

---

1. (2+3+4 Punkte) **Primzahlen:** Ein sehr einfaches Primzahltestprogramm überprüft, ob die eingegebene Zahl  $n \geq 2$  sich ganzzahlig durch eine Zahl aus dem Intervall von 2 bis  $n - 1$  teilen lässt. Ist dies für keine Zahl  $i$  mit  $2 \leq i \leq n - 1$  der Fall, d.h.  $n$  hat außer der 1 und sich selbst keine Teiler, so ist  $n$  eine Primzahl. (Anmerkung: Primzahlen haben immer genau 2 Teiler: die 1 und sich selbst; d.h., die 0 und 1 sind keine Primzahlen)
  - (a) (2 Punkte, leicht) Hat eine Zahl  $n$  einen Teiler  $k$ , dann hat sie auch einen Teiler  $n/k$ , d.h., man muss nicht alle Zahlen bis  $n - 1$  auf die Teilereigenschaft überprüfen. Nutzen Sie dies und schreiben Sie eine effiziente „`function istPrimzahl(n:natural) return Boolean`“. Fügen Sie die Begründung für Ihr Vorgehen als Kommentar mit ein.
  - (b) (3 Punkte, leicht–mittel) Alle ganzen Zahlen  $n \geq 2$  lassen sich eindeutig als Produkt von Primzahlen schreiben, die sogenannte Primfaktorzerlegung. Schreiben Sie eine Prozedur mit Parameter  $n$ , die die Primfaktorzerlegung von  $n$  ausgibt. Benutzen Sie Ihre Prozedur, um im Hauptprogramm die Primfaktorzerlegungen von 15, 24, 108, 153 und 1001 auszugeben.
  - (c) (4 Punkte, mittel) Will man alle Primzahlen bis zu einer Zahl  $n$  bestimmen, so kann man diese mit dem Sieb des Eratosthenes berechnen. Zunächst schreibt man sich dazu alle Zahlen von 2 bis  $n$  auf. Die 2 ist Primzahl und man markiert alle echten Vielfachen der 2 (diese lassen sich ganzzahlig durch 2 teilen und sind somit keine Primzahlen). Die nächste unmarkierte Zahl, die 3, ist Primzahl und man markiert wieder alle echten Vielfachen dieser Zahl. Dieses wird jeweils mit der nächsten unmarkierten Zahl wiederholt. Die unmarkierten Zahlen sind nicht Vielfache einer kleineren Zahl, sie sind also Primzahlen. Wir erhalten so der Reihe nach 2, 3, 5, 7, 11, ...  
Schreiben Sie eine Prozedur `Primzahlsieb` mit Parameter  $n$ , die das Sieb des Eratosthenes durchführt und dann alle Primzahlen bis zur Zahl  $n$  ausgibt. (Hinweis: Sie können Parameter einer Prozedur als Feldgrenzen verwenden)
  - (d) **Zusatzaufgabe (schwer, 3 Punkte):** Überlegen Sie, ob man das Sieb des Eratosthenes benutzen kann, um die Berechnung der Primfaktorzerlegung zu beschleunigen. Welchen Aufwand hat Ihr Algorithmus aus Teil (b), mit welchem Aufwand müsste man bei Verwendung des Siebs des Eratosthenes rechnen? Skizzieren Sie Ihre Überlegungen auch an einigen Beispielen.

2. (5 Punkte) **Das NIM-Spiel:** Gegeben ist ein Haufen von  $n$  Hölzchen. Die zwei Spieler A und B ziehen abwechselnd und nehmen dabei jeweils 1, 2 oder 3 Hölzchen vom Haufen weg. Wer das letzte Hölzchen wegnimmt, hat verloren.
- (a) (1 Punkt, mittel) Entwickeln Sie eine Strategie, mit der man dieses Spiel gewinnen kann.  
 (4 Punkte, leicht–mittel) Wir spielen das Spiel hier mit 17 Hölzchen. Der Computer soll beginnen. Programmieren Sie so, dass der Computer dabei versucht zu gewinnen. Achten Sie auf sinnvolle Kommentare, Einrückungen und „sprechende“ Variablennamen. Fügen Sie Ihre Strategie, mit der der Computer spielt, als Kommentarzeilen mit ein.
- (b) **Zusatzaufgabe (mittel + sehr schwer, 1+3 Punkte):** Spielt man das Spiel zu dritt, so verändern sich die Strategien. (1 Punkt) Zeigen Sie, dass man (unabhängig davon, wer beginnt) verliert, wenn die anderen beiden Spieler sich verbünden. (3 Punkte) Gibt es sinnvolle Strategien, wenn solch ein Bündnis zu Beginn nicht existiert?
3. (5+2 Punkte) **Hotel Devil’s Door:** In diesem merkwürdigen Hotel sind die Zimmer mit den Zahlen 1 bis 100 nummeriert. Nachts, wenn alle schlafen, rennen kleine Teufel durch die Gänge und schlagen die Türen auf und zu.
- Der erste Teufel öffnet alle Türen.
  - Der zweite Teufel schließt jede zweite Tür. Das Zimmer 1 ist also noch offen, das Zimmer 2 geschlossen, Zimmer 3 offen, usw.
  - Der dritte Teufel verändert den Zustand jeder dritten Tür: Ist die Tür offen, so schließt er sie – ist sie geschlossen, so öffnet er sie. Er schließt also Tür 3, öffnet Tür 6, schließt Tür 9, usw.
  - Der  $i$ -te Teufel verändert den Zustand jeder  $i$ -ten Tür – analog zum dritten Teufel.

Wir wollen nun das nächtliche Treiben in diesem seltsamen Hotel simulieren.

- (a) (5 Punkte, mittel) Schreiben Sie ein Programm, das das nächtliche Türen-auf-und-zu-schlagen im Hotel Devil’s Door simuliert. Geben Sie jeweils den Zustand der Türen aus, nachdem ein weiterer Teufel durch die Gänge gelaufen ist.
- (b) (2 Punkte, mittel–schwer) In welchen Zimmern kann man schlafen, so dass am nächsten Morgen die Zimmertür geschlossen ist? In welchen Zimmern, deren Tür morgens geschlossen ist, wurde die Tür am seltensten auf und zu gemacht? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (c) **Zusatzaufgabe (mittel–schwer, 2 Punkte):** In welchen Zimmern hört man vom Türenklappern am wenigsten, in welchen am meisten (solange die eigene Tür offen ist, hört man stets, wenn eine anderen Tür geöffnet oder geschlossen wird)? Ermitteln Sie die Lösung durch ein Programm.

---

Fragen können im Forum [www.autip.de/forum/viewforum.php?f=41](http://www.autip.de/forum/viewforum.php?f=41) diskutiert werden. Weitere Informationen zur Vorlesung und Übung unter [www.fmi.uni-stuttgart.de/fk/lehre/ws06-07/autip1/](http://www.fmi.uni-stuttgart.de/fk/lehre/ws06-07/autip1/)