

Übungsblatt 09

Ausgabe: 10.01. Abgabeschluss: Mittw., 17.01., 9:45 Uhr, eClaus.informatik.uni-stuttgart.de

Abgabe erfolgt ausschließlich elektronisch über eClaus.informatik.uni-stuttgart.de – versuchen Sie nach Möglichkeit die Abgabe nicht in der letzten Minute zu machen!

Von jedem Aufgabenblatt werden maximal 20 Punkte auf den Schein angerechnet.

1. (2+3 Punkte, mittel) **Kontextfreie Grammatiken:**

- (a) (2 Punkte) Gegeben sei die Sprache L , die alle korrekten Klammerungen mit runden und eckigen Klammern enthält, mit der Einschränkung, dass innerhalb einer $[]$ keine $()$ stehen darf. Beispiele: $(())([[]]) \in L$, aber $([()]) \notin L$ und ebenso $((()))(()) \notin L$. Geben Sie die Produktionsregeln einer kontextfreien Grammatik $G = (V, \{(), [], \cdot\}, P, S)$ an, die L erzeugt.
- (b) (3 Punkte) Geben Sie die Produktionsregeln einer kontextfreien Grammatik an, welche die Sprache L' der „natürlichen Polynome zweiten Grades“, erzeugt. Ein „natürliches Polynom zweiten Grades“, ist von der Form ax^2+bx+c mit $b, c \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, $a \in \mathbb{N}$, $a > 0$. Dabei soll auf die vorgegebene Reihenfolge geachtet werden und ein Summand nur auftreten, wenn dessen Koeffizient $\neq 0$ ist. Der Faktor 1 muss weggelassen werden. Beispiele: $x^2+1 \in L'$, $5x^2+6x \in L'$, $7x \notin L'$, $5x+6x^2 \notin L'$, $1x^2+3x+1 \notin L'$, $x^2+0x+3 \notin L'$.

2. (2+5 Punkte, schwer–sehr schwer) **Eindeutigkeit von Grammatiken:** Gegeben sei die Sprache $L = \{a^i b^j a^k b^l \mid i = j \vee k = l, i, j, k, l \geq 0\}$, bei der entweder zu Beginn eine gleich lange Folge von a und b auftritt (und danach beliebig viele a und danach beliebig viele b) oder zu Beginn beliebig viele a und dann b gefolgt von gleichvielen a wie b .

Eine mögliche Grammatik für diese Sprache hat die Produktionsregeln

$$P = \{S \rightarrow AB, S \rightarrow BA, A \rightarrow aAb, A \rightarrow \varepsilon, B \rightarrow aB, B \rightarrow C, C \rightarrow bC, C \rightarrow \varepsilon\}.$$

- (a) (3 Punkte) Zeigen Sie, dass diese Grammatik mehrdeutig ist (z.B. durch zwei wesentlich verschiedene Ableitung eines Wortes). Geben Sie eine Mengencharakterisierung der Wörter an, die bei dieser Grammatik mehrdeutig sind.
- (b) (5 Punkte) Geben Sie eine eindeutige Grammatik für die Sprache L an. Beschreiben Sie Ihre Idee und begründen Sie, warum die Grammatik eindeutig ist.

3. (2+5 Punkte, mittel–schwer) **Funktionale Programmierung:** Ada 95 ist eine imperative (befehls- oder anweisungsorientierte) Programmiersprache. Im dritten Semester werden Sie auch funktionale Programmiersprachen kennenlernen. Bei diesen kann man auf Zuweisungen und Schleifen verzichten – die einzigen Sprachelemente sind die Fallunterscheidung und die Rekursion. Bei den Beispielen zur Berechnung der Fakultät und der Fibonacci-Zahlen haben wir bereits ein wenig funktional programmiert. Prinzipiell lässt sich jede berechenbare Funktion auch funktional programmieren, d.h. nur mit Fallunterscheidung und Rekursion.

- (2 Punkte, mittel) Versuchen Sie zunächst `for`-Schleifen und `while`-Schleifen durch Rekursion zu simulieren (die Fallunterscheidung wird dabei nur zum Rekursionsabbruch benutzt).
- (5 Punkte, knifflig) Programmieren Sie eine `function istPrim(n:natural) return boolean`, die testet, ob der formale Parameter `n` eine Primzahl ist. Verwenden Sie auch hier ausschließlich Fallunterscheidung und Rekursion.

Alternativaufgabe für Tüftler: (noch etwas schwerer) Programmieren Sie eine `function ntePrimzahl(n:natural) return natural`, die zum formalen Parameter `n` die `n`-te Primzahl berechnet. Verwenden Sie auch hier ausschließlich Fallunterscheidung und Rekursion.

4. (5(+3+1) Punkte, mittel) **Das n-Damen-Problem:** Auf einem Schachbrett kann eine Dame waagrecht, senkrecht und diagonal auf jedes Feld, das in diesen Richtungen liegt, wechseln. Eine Dame A bedroht eine andere Dame B, wenn die Dame B auf einem der Felder steht, auf das die Dame A wechseln kann.

(5 Punkte) Schreiben Sie ein Programm, das alle Stellungen von 8 Damen auf einem 8×8 -Schachbrett berechnet, so dass diese 8 Damen sich paarweise nicht bedrohen. Geben Sie auch die Gesamtzahl der gefundenen Lösungen an. Welche Anzahlen ergeben sich für n von 1 bis 10, wenn man n Damen auf einem $n \times n$ -Schachbrett platzieren soll? Überlegen Sie sich, welche Laufzeit ihr Programm hat.

Zusatzaufgabe (+3 Punkte): Modifizieren Sie das Programm so, dass Lösungen, die aus anderen Lösungen durch Drehung hervorgehen, nicht ausgegeben werden.

Zusatzaufgabe für Freaks (+1 Punkt): Modifizieren Sie das Programm weiter, so dass auch Lösungen, die aus anderen Lösungen durch Spiegelung hervorgehen, nicht ausgegeben werden.

Fragen können im Forum www.autip.de/forum/viewforum.php?f=41 diskutiert werden. Weitere Informationen zur Vorlesung und Übung unter www.fmi.uni-stuttgart.de/fk/lehre/ws06-07/autip1/