Claus/Lewandowski **Theoretische Informatik I** Sommersemester 1998
Übungsblatt 3 (Softwaretechnik) Abgabe: 29. Mai

Aufgabe 1: (1+1+1+1+1+1+1 Punkte)

Über dem Alphabet $\Sigma = \{0,1\}$ ist die Menge der natürlichen Zahlen in Binärdarstellung (mit führende Nullen) $L_{bin} = \{0,1\}^*$ definiert (vgl. auch Übungsblatt 2). Jedem Wort $w \in L_{bin}$, $w = w_m w_{m-1} \cdots w_1 w_0$ mit $w_i \in \{0,1\}$, $i = 0, \ldots, m$ wird eine natürliche Zahl $z(w) \in \mathbb{N}_0$ zugeordnet. Wie üblich sei

$$z(w) = w_m \cdot 2^m + w_{m-1} \cdot 2^{m-1} + \cdots w_1 \cdot 2^1 + w_0 \cdot 2^0 \text{ und } z(\varepsilon) = 0.$$

Zu drei gegebenen Wörtern $v, w, x \in L_{bin}$ kann man nun entscheiden, ob $z(v) + z(w) = z(x)$ erfüllt ist.

(i) Entwerfen Sie einen vollständigen deterministischen Akzeptor mit dem Alphabet $\Sigma = \{(i,j,k) \mid i,j,k \in \{0,1\}\} = \{0,1\}^3$, der die Sprache $L = \{(v_0, w_0, x_0) \cdot (v_1, w_1, x_1) \cdots (v_n, w_n, x_n) \mid z(v) + z(w) = z(x), v = v_n v_{n-1} \cdots v_0,\ w = \cdots,\ x = \cdots\}$ akzeptiert. Beachten Sie, daß die Wörter mit der niederwertigsten Stelle beginnen!

Hinweis: Schreiben Sie zur Übersichtlichkeit die 3-Tupel (v_i, w_i, x_i) als Vektor $\begin{pmatrix} v_i \\ w_i \\ x_i \end{pmatrix}$.

(ii) Geben Sie einen regulären Ausdruck für L an.

(iii) Normalerweise möchte man die Zahlen nicht rückwärts einlesen müssen, entwickeln Sie daher ein Verfahren, wie man aus einem regulären Ausdruck R einen regulären Ausdruck R' gewinnen kann, für den $L(R') = L(R)^R$ gilt. L^R bezeichnet dabei die Spiegelsprache von L.

(iv) Wenden Sie das Verfahren auf den in Teil (ii) gefundenen regulären Ausdruck an.

(v) Entwerfen Sie einen deterministischen Akzeptor für L^R. Gehen Sie dabei von dem regulären Ausdruck R' aus, den Sie in Teil (iv) gefunden haben.

(vi) Konstruieren Sie – ausgehend vom Akzeptor aus Teil (v) – einen deterministischen Akzeptor für das Komplement der Spiegelsprache $\overline{L^R}$ von L, also $\overline{L^R} = \{(v_n, w_n, x_n) \cdot (v_{n-1}, w_{n-1}, x_{n-1}) \cdots (v_0, w_0, x_0) \mid z(v) + z(w) \neq z(x), v = v_n v_{n-1} \cdots v_0,\ w = \cdots,\ x = \cdots\}$.

(vii) Sei nun $\Sigma = \{0, 1, \$\}$. Läßt sich die Sprache

$$L' = \{v\$w\$x \mid z(v) + z(w) = z(x)\} \subseteq \{0,1,\$\}^*$$

durch einen regulären Ausdruck beschreiben? Konstruieren Sie, denken Sie, argumentieren Sie, ...

Aufgabe 2: (1+1+1+1 Punkte)

Prüfen Sie jeweils für die beiden regulären Ausdrücke α_i und β_i, ob $L(\alpha_i) = L(\beta_i)$, $L(\alpha_i) \subseteq L(\beta_i)$ oder $L(\alpha_i) \supseteq L(\beta_i)$ gilt. Begründen Sie ihre Antwort.

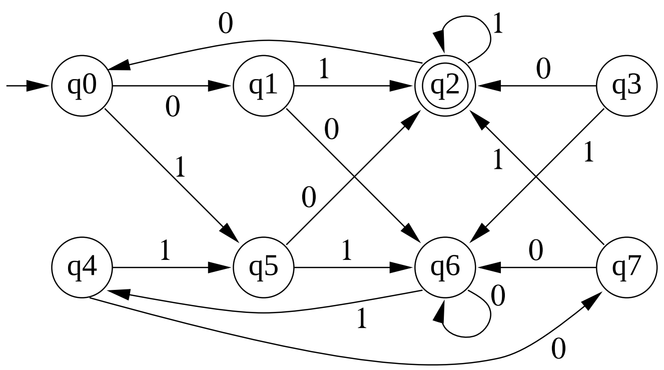
(i)	$\alpha_1 = 0(0+1)^*0$	$\beta_1 = 0(0+1)^* + (0+1)^*0$
(ii)	$\alpha_2 = (1+0(0+1)^*1)^*$	$\beta_2 = (1+00^*1)^*$
(iii)	$\alpha_3 = (aa^*bb^*)^*a^* + (bb^*aa^*)^*b^*$	$\beta_3 = (a+b)^*$
(iv)	$\alpha_4 = a(ba)^*$	$\beta_4 = (ab)^*a$

Aufgabe 3: (1+2 Punkte)

(i) Minimieren Sie den untenstehenden Akzeptor mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren der Äquivalenzklassenbildung (Skript S. 102–104).

(ii) Minimieren Sie den untenstehenden Akzeptor durch Anwendung des Spiegelbildoperators $\mathcal{R}$ und des Potenzmengenoperators $\mathcal{P}$. Der minimale Akzeptor zum Akzeptor A berechnet sich durch $\mathcal{PRPR}(A)$ (vgl. Skript S. 82+83).

Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem in Teil (i) erhaltenen Akzeptor.



Übungs-Termine (je 10.15–11.45 Uhr, Raum 1.035):
Gruppe 1: Di. 2.6., Gruppe 2: Mi. 3.6., Gruppe 3: Di. 9.6.

Vorlesungstermine: jeden Dienstag 15.00–16.30 im Raum 20.03 und Freitag 10.15–11.45 im Raum 20.02 an den Terminen zu denen auch HM stattfindet:

29.5, 5.6., 26.6., 10.7.

Abgabe der Übungsblätter vor der Vorlesung oder im Foyer, 1. Etage.