Aufgabe 1: (5 Punkte)

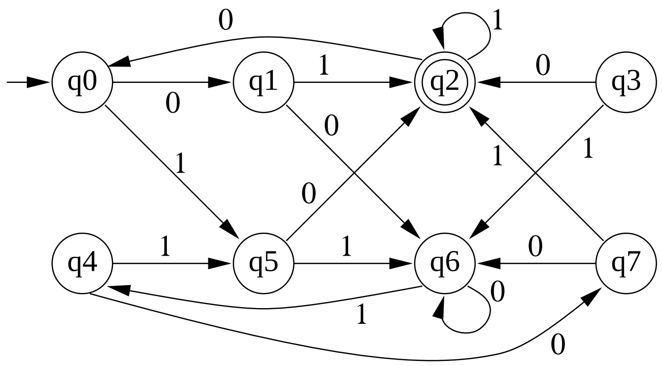
Der folgende Algorithmus stellt – neben den beiden schon bekannten Verfahren – eine weitere Möglichkeit dar, einen gegebenen Akzeptor zu minimieren.

Definiere für einen Akzeptor $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ und $Q' \subseteq Q$, $a \in \Sigma$

$$\delta^{-1}(Q', a) := \{q \in Q \mid \delta(q, a) \in Q'\}$$

als die Menge derjenigen Zustände, aus denen man mit a in einen Zustand aus Q' übergehen kann. $B(i)$ bezeichnet eine Menge von Zuständen, $L(a)$ eine Menge von Zahlen bzw. Indizes.

Eingabe: Zu minimierender Akzeptor $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$.
Ausgabe: Äquivalenzklassen $B(1), \ldots, B(l)$ des Akzeptors.
begin Minimaler_Akzeptor_nach_Hopcroft
  $B(1) := Q \setminus F$; $B(2) := F$;
  forall $a \in \Sigma$ **do**
    if $\#\delta^{-1}(B(1), a) \leq \#\delta^{-1}(B(2), a)$ **then** $L(a) := \{1\}$
      else $L(a) := \{2\}$ **endif**
  endfor;
  $k := 3$;
  repeat
    wähle ein $i \in L(a)$ für ein beliebiges $a \in \Sigma$;
    lösche dieses i aus $L(a)$;
    while $\exists j < k$ mit $\emptyset \neq B(j) \cap \delta^{-1}(B(i), a) \neq B(j)$ **do**
      $B(k) := B(j) \cap \delta^{-1}(B(i), a)$; $B(j) := B(j) \setminus B(k)$;
      forall $b \in \Sigma$ **do**
        if $j \notin L(b)$ **and** $\#\delta^{-1}(B(j), b) \leq \#\delta^{-1}(B(k), b)$
          then $L(b) := L(b) \cup \{j\}$
          else $L(b) := L(b) \cup \{k\}$ **endif**
      endfor;
      $k := k + 1$
    endwhile
  until $\forall a \in \Sigma :\ L(a) = \emptyset$;
  return $\{B(1), \ldots, B(k-1)\}$
end Minimaler_Akzeptor_nach_Hopcroft



(a) Minimieren Sie den endlichen Akzeptor mit obigem Algorithmus (Zwischenergebnisse angeben!) und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Akzeptor, der durch die anderen beiden Verfahren gewonnen wurde.

(b) Versuchen Sie zu erläutern, warum Äquivalenzklassen entstehen.

Aufgabe 2: (1+1+1+1+1 Punkte)

Überprüfen Sie, ob die folgenden Sprachen regulär sind. Geben Sie für die regulären Sprachen einen regulären Ausdruck oder deterministischen endlichen Akzeptor an und beweisen Sie für die nicht-regulären Sprachen dieses mit dem Pumping Lemma.

(a) $L_1 = \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$

(b) $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w$ hat mindestens ein Paar aufeinanderfolgender Nullen$\}$

(c) $L_3 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w$ hat kein Paar aufeinanderfolgender Nullen$\}$

(d) $L_4 = \{a^n \mid n$ ist Primzahl$\}$

(e) $L_5 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \#_0 w \neq \#_1 w\}$

Aufgabe 3: (2+1+1 Punkte)

(a) Nach dem gregorianischen Kalender gilt: Ein Jahr x ist ein Schaltjahr, wenn es durch 4 und nicht durch 100 teilbar ist oder es durch 400 teilbar ist (2000 ist also ein Schaltjahr, 1900 war keines). Konstruieren Sie eine rechtslineare oder linkslineare Grammatik G mit dem Terminalalphabet $\Sigma = \{0, 1, \ldots, 9\}$, die genau die Schaltjahre (ohne führende Nullen!) erzeugt.

(b) Es seien Σ ein Alphabet und $\Delta = \Sigma \cup \{+, \circ, ^*, (,), \emptyset\}$ das Alphabet, über dem reguläre Ausdrücke über Σ gebildet werden. Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik G mit dem Terminalalphabet Δ, so daß $L(G) \subseteq \Delta^*$ genau die Menge der regulären Ausdrücke über dem Alphabet Σ ist.

(c) Zeigen Sie: Wenn L_1 und L_2 kontextfrei sind, dann sind auch die Spiegelung ${L_1}^R$ von L_1, die Iteration ${L_1}^*$ von L_1 und die Konkatenation von $L_1 \circ L_2$ kontextfrei.

Übungs-Termine (je 10.15–11.45 Uhr, Raum 1.035):
Gruppe 1: Di. 16.6., Gruppe 2: Mi. 17.6., Gruppe 3: Di. 23.6.

Vorlesungstermine: jeden Dienstag 15.00–16.30 im Raum 20.03 und Freitag 10.15–11.45 im Raum 20.02 an den Terminen zu denen auch HM stattfindet:

5.6., 26.6., 10.7.

Abgabe der Übungsblätter am Di. 9.6. vor der Vorlesung oder bis Mi. 10.6., 15.00 Uhr im Foyer, 1. Etage.