Claus/Lewandowski **Theoretische Informatik I** Sommersemester 1998
Übungsblatt 5 (Softwaretechnik) Abgabe: 26. Juni

Aufgabe 1: (1+1 Punkte)

Als n im Pumping Lemma für reguläre Sprachen kann die Anzahl der Zustände eines deterministischen Akzeptors, der die Sprache erkennt, gewählt werden. Beim Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen ist auch die Existenz einer solchen Zahl n gefordert.

(a) Bestimmen Sie für die kontextfreie Sprache, die durch die Grammatik G=(V,Σ,P,S) mit

V={S, Block, Stmts, Stmt, Expr}
Σ={program, begin, end, while, do, if, then, num, id, +, *, (,), ;, ., :=}
P={S → program id; Block.
  Block → begin Stmts end
  Stmts → Stmts; Stmt | Stmt
  Stmt → id := Expr | while Expr do Stmt | if Expr then Stmt | Block | ε
  Expr → num | id | Expr + Expr | Expr * Expr | (Expr) }

gegeben ist, das kleinste mögliche n, das die Bedingung im Pumping Lemma erfüllt.

(b) Sei G eine beliebige Grammatik ohne Produktionen der Art $A \to \varepsilon$. Geben Sie eine Methode an, die ein möglichst kleines n, wie im Pumping Lemma gefordert, für $L(G)$ bestimmt (Abschätzung).

Aufgabe 2: (1+1+1+1 Punkte)

Gegeben seien folgende vier Grammatiken über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

(a) $G_1 = (V_1, \Sigma, P_1, S_1)$ mit $V_1 = \{S_1, A, B, C\}$ und

$$P_1 = \{S_1 \to ABC,\ A \to BBB,\ C \to AAA,\ A \to aBb,\ B \to ba\}$$

(b) $G_2 = (V_2, \Sigma, P_2, S_2)$ mit $V_2 = \{S_2, A, B\}$ und

$$P_2 = \{S_2 \to ABS_2,\ S_2 \to \varepsilon,\ A \to aB,\ B \to ba,\ A \to \varepsilon,\ B \to \varepsilon\}$$

(c) $G_3 = (V_3, \Sigma, P_3, S_3)$ mit $V_3 = \{S_3, A, B\}$ und

$$P_3 = \{S_3 \to ABS_3,\ S_3 \to \varepsilon,\ A \to aS_3,\ B \to bS_3\}$$

(d) $G_4 = (V_4, \Sigma, P_4, S_4)$ mit $V_4 = \{S_1, A, B\}$ und

$$P_4 = \{S_4 \to S_4B,\ S_4 \to A,\ A \to BB,\ B \to AA,\ A \to a,\ B \to b,\ B \to \varepsilon,\ AB \to BA\}$$

Zeigen oder widerlegen Sie, ob für diese Grammatiken G_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ gilt:

$$\varepsilon \in L(G_i),\ \ L(G_i) = \emptyset, L(G_i) \text{ endlich}, L(G_i) = \Sigma^*?$$

Aufgabe 3: (1+1+1+1+1 Punkte)

Überprüfen Sie, ob die folgenden Sprachen kontextfrei sind. Geben Sie für die kontextfreien Sprachen eine kontextfreie Grammatik an und beweisen Sie für die nicht-kontextfreien Sprachen dieses mit dem Pumping Lemma.

(a) $L_1 = \{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$

(b) $L_2 = \{a^n b^n c^m \mid n, m \geq 0,\ n \geq m\}$

(c) $L_3 = \{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 0,\ n \geq m\}$

(d) $L_4 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0,\ i + j = k\}$

(e) $L_5 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0,\ i + k = j\}$

Aufgabe 4: (1+1+1 Punkte)

Verallgemeinern Sie den Begriff des Kellerautomaten zu dem eines Zwei-Keller-Automaten. Dieser soll so arbeiten wie ein Kellerautomat, jedoch 2 Keller zur Verfügung haben.

(a) Formulieren Sie eine mathematisch saubere Definition für einen Zwei-Keller-Automaten und definieren Sie die von einem Zwei-Keller-Automaten M erkannte Sprache $L(M)$.

(b) Zeigen Sie, daß ein Zwei-Keller-Automaten existiert mit

$$L(M) = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

(c) Geben Sie Argumente für oder gegen die Behauptung, daß

$$L = \{a^n b^n c^n d^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

von einem Zwei-Keller-Automaten erkannt werden kann.

Übungs-Termine (je 10.15–11.45 Uhr, Raum 1.035):
Gruppe 1: Di. 30.6., Gruppe 2: Mi. 1.7., Gruppe 3: Di. 7.7.

Vorlesungstermine: jeden Dienstag 15.00–16.30 im Raum 20.03 und Freitag 10.15–11.45 im Raum 20.02 an den Terminen zu denen auch HM stattfindet:

26.6., 10.7.

Abgabe der Übungsblätter am Fr. 26.6. vor der Vorlesung oder im Foyer, 1. Etage.