Claus/Lewandowski	**Theoretische Informatik II**	Wintersemester 1998/99
Übungsblatt 3	(Softwaretechnik)	Abgabe: 30.Nov. 15 Uhr

Gruppe 1: 2.Dez., 8.30 Uhr; Gruppe 2: 3.Dez., Gruppe 3: 10.Dez., je 13.15 Uhr.

Abgabe der Übungsblätter nach der Vorlesung oder im Kasten, Foyer, 1. Etage. Aus gegebenen Anlaß hier nochmals der **Hinweis**, daß alle Lösungswege auch beschrieben werden sollen, es reicht nicht, nur die Lösung oder den Algorithmus anzugeben! Suchen nach Lösungen in Büchern ist erlaubt!

Aufgabe 1: (1+2+1 Punkte)

Sie sind beauftragt, die Verlegung von Wasserrohren zu planen. Die zu versorgenden Häuser h_i, $1 \leq i \leq 5$ und das Wasserwerk w sind gegeben durch deren geographische Lage $\lambda : \{w, h_1, h_2, \ldots, h_5\} \to \mathbb{R}^2$ mit

w	h$_1$	h$_2$	h$_3$	h$_4$	h$_5$
(10,10)	(10,14)	(7,10)	(13,14)	(6,7)	(15,10)

a) Mit welchem Verfahren kann man die Planung durchführen, wenn Abzweigungen jeweils nur direkt unter den Häusern erwünscht sind? Bei der Planung soll die Gesamtrohrlänge minimiert werden.

b) Da die Stadt sparen muß, will sie billige Bleirohre verwenden. Da Sie wollen, daß ihr Arbeitgeber (er wohnt im Haus 3) möglichst lange überlebt, soll die Rohrlänge bis zu seinem Haus möglichst gering sein und unter dieser Nebenbedingung die Gesamtrohrlänge minimal. Entwerfen Sie aus den Ihnen bekannten Verfahren einen Algorithmus, der dieses Problem löst.

c) Wie verändert sich das Problem aus dem ersten Teil, wenn Rohrverzweigungen überall möglich sind? Geben Sie eine konkrete Lösung (Algorithmus ist nicht notwendig) an, deren Gesamtrohrlänge kleiner ist als die der im ersten Teil gefundenen Lösung.

Aufgabe 2: (3 Punkte)

Ein K_5 kann nach der Charakterisierung planarer Graphen von Kuratowski nicht kreuzungsfrei in die Ebene eingebettet werden. Es ist jedoch leicht, dieses auf einem Torus („Doughnut“) durchzuführen.

Kann ein vollständiger Graph mit 7 Knoten, K_7, kreuzungsfrei auf einem Torus eingebettet werden? Geben Sie ggf. eine solche Einbettung an oder argumentieren Sie, warum eine solche nicht existieren kann.

Aufgabe 3: (3+1 Punkte)

In der Ebene seien Geraden so vorgegeben, daß durch keinen Punkt mehr als zwei Geraden gehen. Die Schnittpunkte , zusammen mit den Geradensegmenten zwischen benachbarten Schnittpunkten als Kanten, ergeben einen (planaren) Graphen G

a) Zeigen Sie, daß die Knotenmenge von G mit drei Farben gefärbt werden kann, so daß adjazente Knoten verschiedene Farben tragen.

b) Die so entstehenden Graphen haben die Eigenschaft, daß der Grad aller Knoten zwischen 2 und 4 liegt. Ist die Eigenschaft $\forall v \in V : 2 \leq d(v) \leq 4$ ein notwendiges Kriterium, daß der Graph mit 3 Farben gefärbt werden kann? Ist es ein hinreichendes?

Aufgabe 4: (4+2 Punkte)

Sie sind beauftragt die Installation einer Klimaanlage zu planen. Dazu sind einige Arbeiten durchzuführen, deren Dauer und Abhängigkeiten durch folgende Tabelle angegeben werden:

Nr.	Vorgang	Dauer in Tagen	Unmittelbar vorausgehende Vorgänge
1	Steckdosen verlegen	16	
2	Mauerdurchbrüche herstellen	30	
3	Klimaanlage bestellen	1	
4	Starkstromkabel bestellen	1	
5	Deckenbeleuchtung planen	15	
6	Stromversorgung bestellen	1	
7	Malerarbeiten durchführen	10	1,2
8	Klimakanäle verlegen	20	2
9	Netzanschluß herstellen	10	2
10	Lieferzeit Klimaanlage	42	3
11	Lieferzeit Starkstromkabel	25	4
12	Kabel für Deckenbeleuchtung montieren	15	5
13	Lieferzeit Stromversorgung	44	6
14	Klimaanlage montieren	10	8,9,10
15	Starkstromkabel montieren	13	2,11
16	Deckenbeleuchtung montieren	11	12
17	Stromversorgung montieren	5	13
18	Klimaanlage testen	1	14
19	Klimaanlage einregulieren	2	18
20	Beleuchtung montieren	3	16
21	Stromversorgung testen	9	15,17

a) Wie lange dauert dieses Projekt mindestens? (Überführen Sie die Tabelle in einen gerichteten kantenmarkierten Graphen, fügen Sie einen Startknoten und Kanten zu direkt ausführbaren Vorgängen mit Gewicht 0 hinzu und einen Zielknoten, in den Kanten von zuletzt ausgeführten Vorgängen führen; gesucht ist der längste Weg in diesem Graphen). Skizzieren Sie für dieses Problem einen Algorithmus mit polynomiellen Aufwand. (Hinweis: die Arbeiten auf diesem längsten Pfad („critical path“) dürfen sich nicht verzögern, wenn die Gesamtdauer sich nicht verlängern soll)

b) Versuchen Sie zu erklären, warum in Graphen, die aus solchen Projektplänen entstehen, die Suche nach längsten Wegen einfacher ist als in allgemeinen Graphen.