Calculul Fluxnomial
-de la teorie la practică-

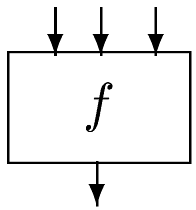
student: Alin Ştefănescu,

îndrumător: conf. dr. Gheorghe Ştefănescu.

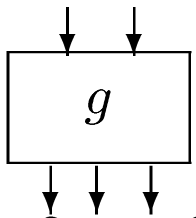
@'

Structura lucrării		
teorie ——————————-→ practică		
Flow-nomiale: expresii fluxnomiale, axiome BNA, forma normală, simulare via bijecţii, modelele aditiv, multiplicativ şi mixt.	**Flow**-obiecte: grafuri $\leftrightarrow$ fluxnoame şi clase din lumea obiect-orientării exprimate prin expresii mixte	**Flow**-applet: implementare a fluxnoamelor ce permite vizualizarea formei normale asociate unei expresii şi testarea echivalenţei a două expresii

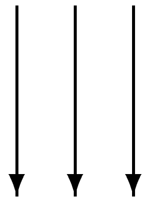
Expresiile fluxnomiale peste X şi T se construiesc pornind de la elemente din X (variabile) şi din T (conexiuni) şi apoi aplicând operaţiile $\star$, $\cdot$ şi $\uparrow$



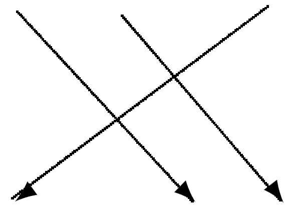
$f : 3 \longrightarrow 1$



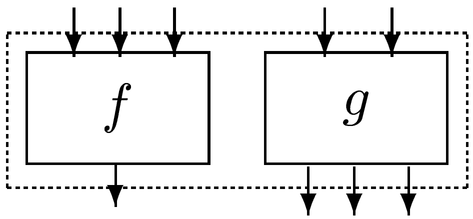
$g : 2 \longrightarrow 3$



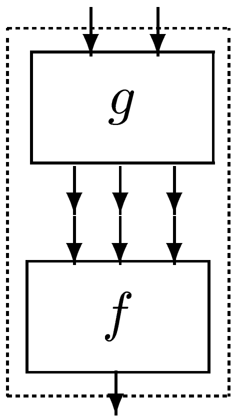
$\mathsf{I}_3 : 3 \longrightarrow 3$



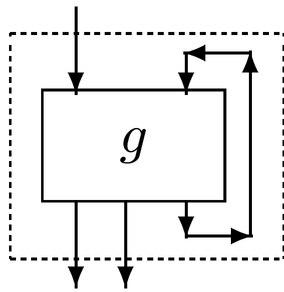
${}^2\mathsf{X}^1 : 3 \longrightarrow 3$



$f \star g : 5 \longrightarrow 4$



$g \cdot f : 2 \longrightarrow 1$



$g \uparrow^1 : 1 \longrightarrow 2$

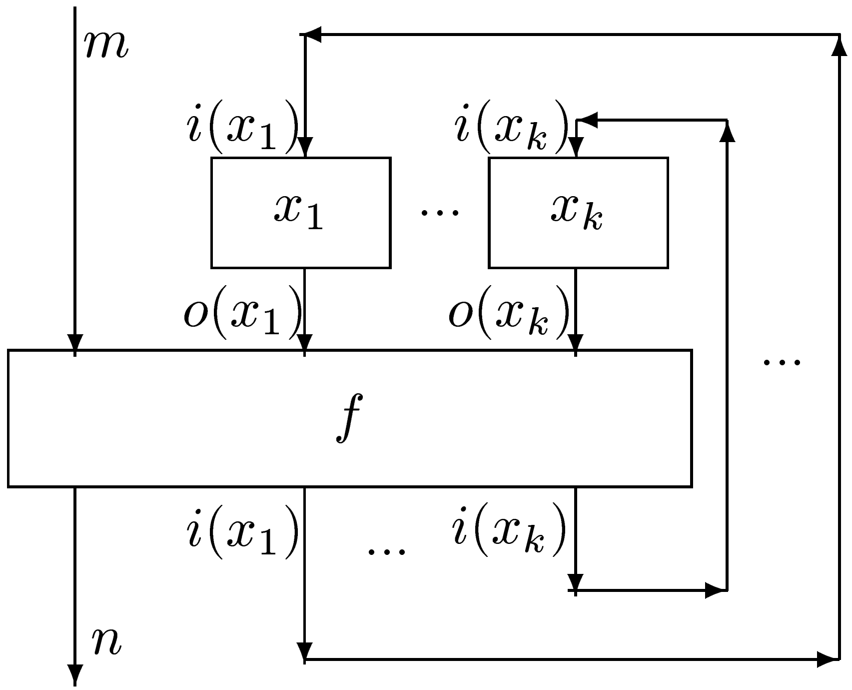
Tabelul 1: Axiomele BNA

I	Axiome pentru symocat-uri	II	Axiome pentru feedback
B1	$f \star (g \star h) = (f \star g) \star h$	R1	$f \cdot (g \uparrow^c) \cdot h =$
B2	$\mathsf{I}_\varepsilon \star f = f = f \star \mathsf{I}_\varepsilon$		$((f \star \mathsf{I}_c) \cdot g \cdot (h \star \mathsf{I}_c)) \uparrow^c$
B3	$f \cdot (g \cdot h) = (f \cdot g) \cdot h$	R2	$f \star g \uparrow^c = (f \star g) \uparrow^c$
B4	$\mathsf{I}_a \cdot f = f = f \cdot \mathsf{I}_b$	R3	$(f \cdot (\mathsf{I}_b \star g)) \uparrow^c = ((\mathsf{I}_a \star g) \cdot f) \uparrow^d$
B5	$(f_1 \star f_2) \cdot (g_1 \star g_2) = f_1 \cdot g_1 \star f_2 \cdot g_2$		pt. $f : a \star c \to b \star d,\ g : d \to c$
B6	$\mathsf{I}_a \star \mathsf{I}_b = \mathsf{I}_{a \star b}$	R4	$(f \uparrow^b) \uparrow^a = f \uparrow^{a \star b}$
B7	${}^a\mathsf{X}^b \cdot {}^b\mathsf{X}^a = \mathsf{I}_{a \star b}$	R5	$\mathsf{I}_a \uparrow^a = \mathsf{I}_\varepsilon$
B8	${}^a\mathsf{X}^{b \star c} = ({}^a\mathsf{X}^b \star \mathsf{I}_c) \cdot (\mathsf{I}_b \star {}^a\mathsf{X}^c)$	R6	${}^a\mathsf{X}^a \uparrow^a = \mathsf{I}_a$
B9	$(f \star g) \cdot {}^c\mathsf{X}^d = {}^a\mathsf{X}^b \cdot (g \star f)$		
	pentru $f : a \to c,\ g : b \to d$		

Forma normală

Folosind axiomele BNA, orice expresie fluxnomială poate fi adusă la o formă normală care va grupa variabilele şi conexiunile dintre ele:

$$((\mathsf{I}_m \star x_1 \star \ldots \star x_k) \cdot f) \uparrow^{i(x_1)\star\ldots\star i(x_k)}$$



Simulare via bijecţii

Două forme normale $F = (x_1 \star \ldots \star x_m, f)$ şi $G = (y_1 \star \ldots \star y_n, g)$ sunt *similare via o bijecţie* $u : [m] \longrightarrow [m]$ dacă şi numai dacă

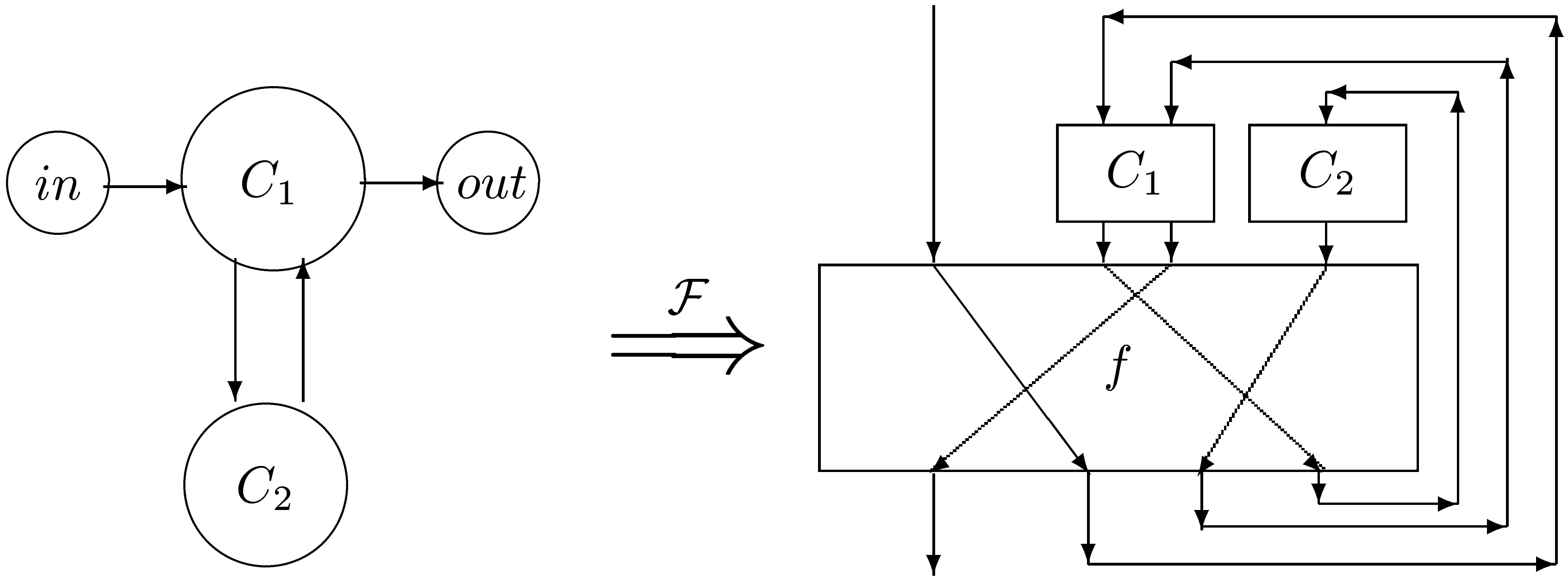
1. $(i,j) \in u \;\; \Rightarrow \;\; x_i = y_j$
2. $f \cdot (\mathsf{I}_b \star i(u)) = (\mathsf{I}_a \star o(u)) \cdot g,$

unde $i(u)$ reprezintă extensia lui u la intrări şi $o(u)$ reprezintă extensia lui u la ieşiri.

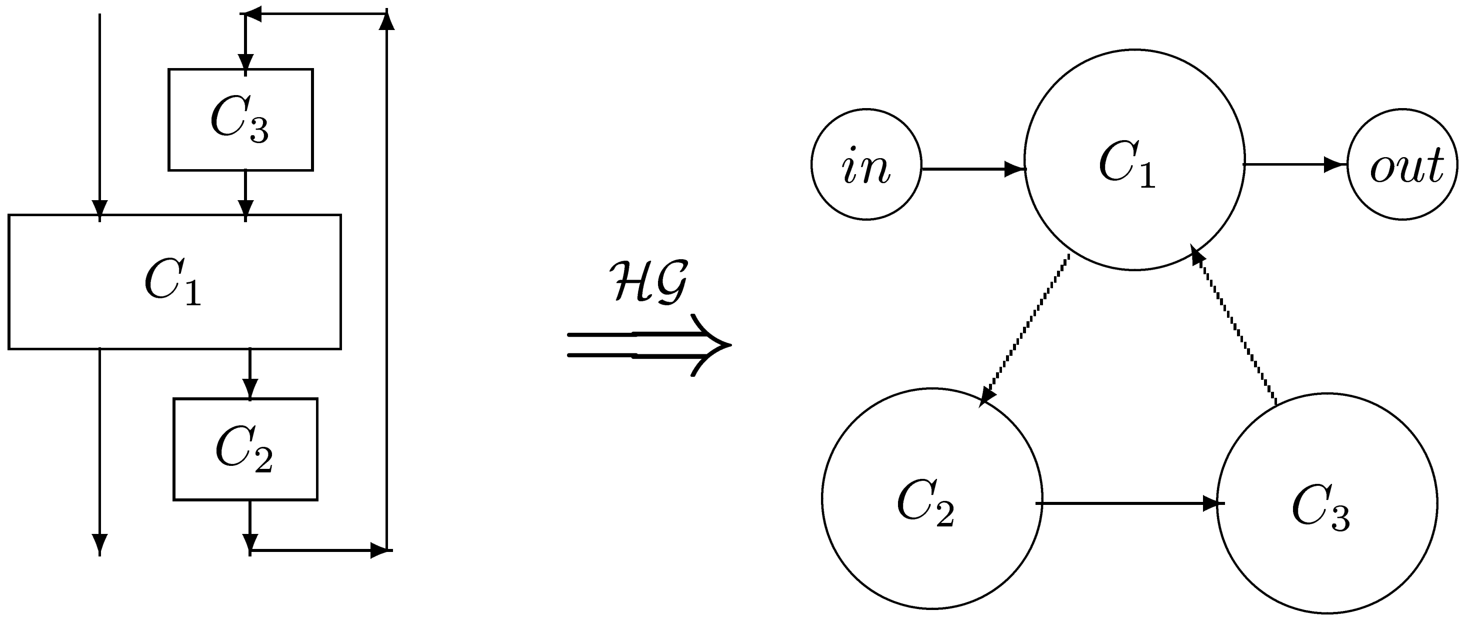
Modele

- aditiv: juxtapunerea $\star$ se interpretează $\oplus$
- multiplicativ: juxtapunerea $\star$ se interpretează $\otimes$
- mixt: apar combinate $\oplus$ şi $\otimes$

De la grafuri la fluxnoame:



De la fluxnoame la grafuri:



Concepte ale obiect-orientării

În informatică, un **obiect** este încapsularea unor date cu metode ce pot opera asupra lor. Distingem:

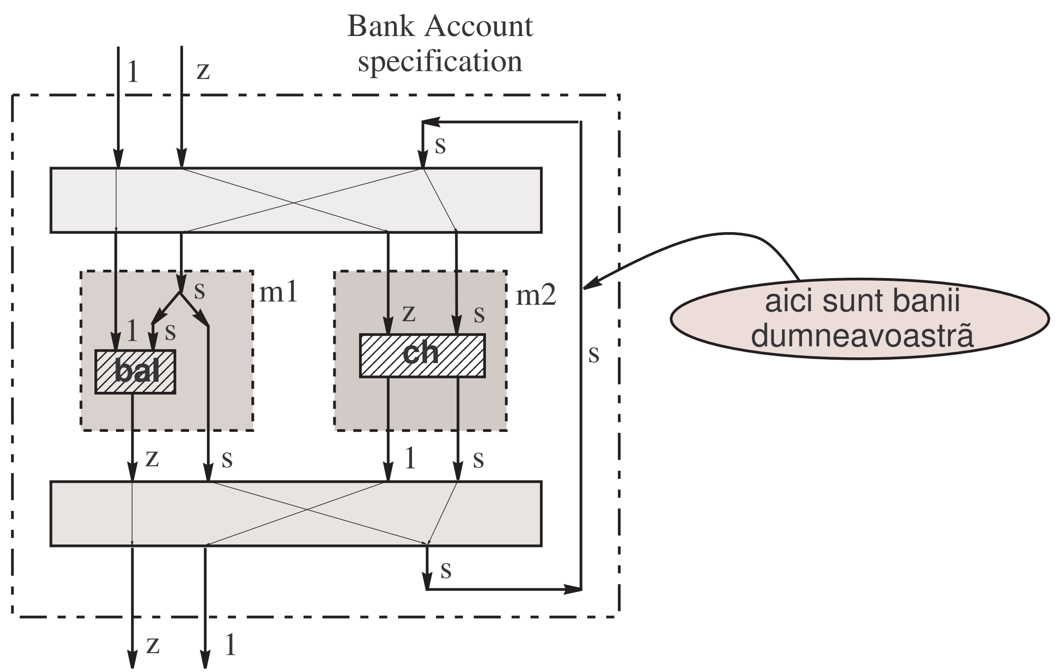
- **specificaţiile de clase** = o descriere abstractă a unei clase, conţinând tipul atributelor şi operaţiilor împreună cu constrângerile comportamentale asupra acestora;
- **clasele** = o implementare a specificaţiilor de clase, asociind fiecărui atribut o mulţime în care poate lua valori (tip de date) şi fiecărei operaţii o funcţie clar precizată;
- **obiectele** = pur şi simplu instanţieri ale atributelor, asupra cărora se pot aplica operaţiile clasei din care face parte.

Un exerciţiu: obiecte şi clase

Specificaţia unui *cont bancar*, descris fluxnomial (cadru mixt):

$$E_{\mathtt{BA}} = [\delta_{1,z;s} \cdot (m_1 \oplus m_2) \cdot \rho_{z,1;s}] \uparrow^{s}_{\otimes}$$

cu $m_1 = (\mathsf{I}_1 \otimes \curlywedge^s) \cdot (\mathtt{bal} \otimes \mathsf{I}_s)$ şi $m_2 = \mathtt{ch}$,



Modelarea unei clase conţine

1. o expresie fluxnomială

   $E_{\mathcal{C}} : in_1 \oplus in_2 \oplus \ldots \oplus in_n \longrightarrow out_1 \oplus out_2 \oplus \ldots \oplus out_n$ dată de

   $$E_{\mathcal{C}} = [\delta_{in_1, in_2, \ldots, in_n; s} \cdot (m_1 \oplus m_2 \oplus \ldots \oplus m_n) \cdot \rho_{out_1, out_2, \ldots, out_n; s}] \uparrow^{s}_{\otimes}$$

   cu m_i *metode* de forma $m_i : in_i \otimes s \longrightarrow out_i \otimes s$ de două tipuri:

   - **atribute**: $m_i \stackrel{def}{=} (\mathsf{I}_{in_i} \otimes \curlywedge^{s}) \cdot (\mathtt{atr_i} \otimes \mathsf{I}_{s})$ cu $\mathtt{atr_i} : in_i \otimes s \longrightarrow out_i$;
   - **operaţii**: $m_i \stackrel{def}{=} \mathtt{op_i} : in_i \otimes s \longrightarrow out_i \otimes s$

2. *aserţiuni* ce modelează comportamentul obiectelor clasei

3. proprietăţi observabile ale stării iniţiale