

Übungen zur Vorlesung Randomisierte Algorithmen

1. Zeigen Sie, dass $\text{RP} \cap \text{coRP} \subseteq \text{ZPP}$ gilt.
Hinweis: Für eine Sprache $L \in \text{RP} \cap \text{coRP}$ gehen Sie von zwei randomisierten Algorithmen aus, die $L \in \text{RP}$ bzw. $L \in \text{coRP}$ bezeugen, und lassen diese beiden Algorithmen beide auf der Eingabe laufen.
2. Zeigen Sie, dass $\text{ZPP} \subseteq \text{RP} \cap \text{coRP}$ gilt.
Hinweis: Hier könnte die folgende, als Markov-Ungleichung, bekannte Aussage hilfreich sein, wobei Y eine Zufallsvariable ist, die nur nicht-negative Werte annimmt, und $t \in \mathbb{R}$, $t \geq 0$ gilt:

$$\text{Prob}[Y \geq t] \leq \frac{\text{E}[Y]}{t}$$

3. Zeigen Sie, dass für jeden deterministischen Algorithmus A zum Auswerten von AND-OR-Bäumen eine Beschriftung der Blätter von $T_{2,k}$ existiert, so dass A bei Eingabe des resultierenden AND-OR-Baums alle 4^k Blätter lesen muss.
Hinweis: Konstruieren Sie die Blatt-Beschriftung von $T_{2,k}$, indem Sie den Algorithmus A auf $T_{2,k}$ laufen lassen. Immer wenn A den Wert eines Blattes b lesen will, definieren Sie die Beschriftung von b so, dass es für A möglichst ungünstig ist.