

Übungen zur Vorlesung Randomisierte Algorithmen

1. Seien X und Y unabhängige Zufallsvariablen. Zeigen Sie, dass dann auch $f(X)$ und $f(Y)$ unabhängig ist für eine beliebige Funktion f .
2. Seien X und Y unabhängige Zufallsvariablen. Zeigen Sie, dass

$$E[X \cdot Y] = E[X] \cdot E[Y]$$

gilt.

3. Modifizieren Sie LazySelect so, dass in einem Durchlauf durch (1)–(5) nur $1,5 \cdot n + o(n)$ viele Vergleiche gemacht werden.
4. Wir betrachten das Coupon-Sammler Problem mit n verschiedenen Coupon-Typen. Sei die Zufallsvariable X die Anzahl von Schritten, bis von jedem Coupon-Typ mindestens ein Exemplar gezogen ist. Berechnen Sie die Varianz σ_X^2 . Zeigen Sie, dass

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma_X^2}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

gilt.