Über den kritischen Punkt bei kombinatorischen Gruppentests

Paul Fischer Norbert Klasner Ingo Wegener

FB Informatik, LS II
Universität Dortmund
D-44221 Dortmund

Das (k, n)-Problem ist das Problem, die Disjunktion von k wesentlichen Booleschen Variablen aus n Variablen exakt zu lernen. Eine Frage ist eine Teilmenge S der Variablen, und die Antwort ist die Information, ob S mindestens eine wesentliche Variable enthält.

Eine triviale Lernstrategie besteht darin, nur einelementige Mengen zu fragen. Für diese Strategie sind $n-1$ Fragen notwendig und hinreichend. Wir suchen nun Parameter k, so daß weniger als $n-1$ Fragen ausreichen. Wir stellen dazu einen Algorithmus vor, der für $k < n/3$ mit weniger als $n-1$ Fragen auskommt. Dieser Algorithmus benutzt dabei nur Mengen S der Größe 1 und 2. Im Gegensatz dazu zeigen wir, daß jeder Lernalgorithmus, der nur Fragen der Größe 1 und 2 stellt, für $k \geq n/3$ mindestens $n-1$ Fragen benötigt. In diesem Fall ist also die obige triviale Lernstrategie optimal. Für Fragen der Größe 1 und 2 ist also der kritische Punkt $n/3$ und für beliebig große Fragen ist er mindestens $n/3$. Im Gegensatz dazu ist der kritische Punkt bei statistischen Gruppentests $(3-\sqrt{5})n/2$.