Informatik III WS2004/2005

Übungsblatt 5

Institut Intelligente Systeme
Leiter: Prof. Dr. E. Lehmann
Dietmar Lippold

Besprechungstermin: 22.11.04 - 26.11.04

Aufgabe 1 (schriftlich)

Die Summe von Termen über einem Teilbereich der ganzen Zahlen schreibt man als $\sum_{i=a}^{b} f(i)$. Beispiel: Summe der Quadratzahlen von 1 bis 100: $\sum_{i=1}^{100} i^2$.

1. Definieren Sie eine Prozedur `(summe term a b)`, die für die ganzen Zahlen im Bereich von a bis b (einschließlich) jeweils den Term (den Funktionswert des aktuellen Wertes der Laufvariablen) berechnet und aufsummiert.

2. Beim Verallgemeinern (Generalisieren) einer Prozedur erweitert man die Funktionalität entweder durch Einführen weiterer Parameter oder durch Verallgemeinerung des Wertebereichs von Parametern.

   Erweitern Sie die Prozedur `summe` so, daß nicht alle Zahlen durchgegangen werden, sondern die nächste Zahl durch eine Prozedur, die als Parameter `naechstes` übergeben wird, bestimmt wird.

3. Berechnen Sie damit die Summe der ungeraden Zahlen von 1 bis 100.

4. Definieren Sie analog zu `summe` eine Prozedur `(produkt term a b naechstes)`, die das Produkt der Terme berechnet. Definieren Sie damit eine Prozedur `(fakultaet n)` zur Berechnung der Fakultät von n.

5. Eine Näherungsformel für π ist $\frac{\pi}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \ldots$ Definieren Sie eine Prozedur zur näherungsweisen Berechnung von π mittels `produkt`. Fassen Sie eventuell jeweils zwei Terme zu einem zusammen.

6. Vergleichen Sie `summe` und `produkt`. Was ist gleich und wo sind Unterschiede? Wie kann man die Unterschiede in Parameter fassen? Generalisieren Sie die beiden Prozeduren zur Prozedur `akkumulator`, die dann unabhängig von `summe` und `produkt` sein sollte.

7. Definieren Sie `summe` unter Verwendung von `akkumulator` (Spezialisierung).

8. Erweitern Sie `akkumulator` um einen Parameter `aufnehmen?`, dem eine einstellige Prozedur übergeben wird, die für einen Index als Argument den Wert `#t` liefert, wenn der zugehörige Term akkumuliert werden soll und den Wert `#f` liefert, wenn dies nicht geschehen soll.

Aufgabe 2

Den Ableitungsoperator mit dem Differenzenquotienten kann man in Scheme folgendermaßen definieren.

```
(define (d/dx f)
  (let ((dx 0.001))
    (lambda (x)
      (/ (- (f (+ x dx)) (f x)) dx) )))
```

1. Wieviele Argumente fordert die Prozedur `d/dx` und von welchem Typ sind diese?

2. Von welchem Typ ist das Ergebnis der Prozedur?
3. Was müssen Sie mit dem Ergebnis tun, um den numerischen Wert einer Ableitung zu erhalten?
4. Geben Sie den Prozeduraufruf an, der mit der Prozedur `d/dx` die 1. Ableitung von $f(x) = x^3$ an der Stelle 3 berechnet. Wie lautet das numerische Ergebnis?
5. Definieren Sie mit Hilfe der angegeben Prozedur die zweite Ableitung. Wie lautet das numerische Ergebnis an der Stelle 3?
6. Berechnen Sie die Ableitung einer weiteren Funktion Ihrer Wahl und berechnen Sie das Ergebnis an zwei Stellen.

Aufgabe 3

Gegeben sei wie in Aufgabe 1 von Übungsblatt 4 die Gleichung des Einheitskreises durch $x^2 + y^2 = 1$. Seine Fläche soll nun durch ein Riemann-Integral näherungsweise bestimmt werden.

1. Implementieren Sie eine Prozedur höherer Ordnung `(integ f a b h)`, die das Integral einer Funktion, die durch die Prozedur `(f x)` implementiert wird, zwischen den Grenzen `a` und `b` durch Streifen der Breite `h` annähert.
2. Berechnen Sie Näherungswerte für π mittels des Integrals des Einheitskreises im ersten Quadranten mit verschiedenen Breiten des Streifens (Wert `h`). Benutzen Sie dabei die Prozedur `(ekreis-y x)`, die in Teil 2 von Aufgabe 1 von Übungsblatt 4 die Funktion des Einheitskeises im ersten Quadranten implementiert hat.

Aufgabe 4

In der Vorlesung wurde ein besonders zeiteffizientes Verfahren zur Realisierung der Potenzfunktion besprochen. In dieser Aufgabe soll auf entsprechende Weise nur mit Hilfe der gegebenen Prozeduren `sub1`, `add`, `doppel` und `halb` eine schnelle Multiplikation implementiert werden. Die gegebenen Prozeduren sind wie folgt definiert.

```
(define (sub1 wert)
  (- wert 1) )

(define (add wert1 wert2)
  (+ wert1 wert2) )

(define (doppelt wert)
  (+ wert wert) )

(define (halb wert)
  (round (/ wert 2)) )
```

1. Schreiben Sie eine Prozedur `(mult-schnell x y)` zur schnellen Multiplikation zweier positiver ganzer Zahlen nur unter Benutzung der mathematischen Prozeduren `sub1`, `add`, `doppelt` und `halb`. Sie können auch die Standard–Prozedur `even?` verwenden.
2. Schätzen Sie den Zeitaufwand von `(mult-schnell x y)` in in Abhängigkeit von `x` und `y` möglichst genau nach oben ab.
3. Geben Sie ein Beispiel für einen Aufruf an, bei dem die Obergrenze der Abschätzung möglichst nah erreicht wird.